GABARITO EXERCICIOS OBRIGATORIOS LISTA 5 FÍSICA IV
Mecânica Quântica (9 edição do Halliday)

Capítulo 38

38-11
PENSE A taxa de emissão de fótons é o número de fótons emitidos por unidade de tempo.

EXPRESSE Seja R a taxa de emissão de fótons e seja E a energia de um fóton. Supondo que toda a potência P de uma lâmpada é usada para produzir fótons, $P = RE$. Temos também $E = hf = hc/\lambda$, em que h é a constante de Planck, f é a frequência da luz emitida e λ é o comprimento de onda. Assim,

$$P = \frac{Rhc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\lambda P}{hc}.$$

ANALISE (a) O fato de que R é proporcional a λ significa que a lâmpada que emite luz com o maior comprimento de onda (a lâmpada de 700 nm) emite mais fótons por unidade de tempo. Isso faz sentido: como a energia por fóton é menor, a lâmpada de maior comprimento de onda precisa emitir um número maior de fótons por unidade de tempo para desenvolver a mesma potência.

(b) A taxa de produção de fótons da lâmpada de 700 nm é

$$R = \frac{\lambda P}{hc} = \frac{(700\text{ nm})(400\text{ J/s})}{(1{,}60\times10^{-19}\text{ J/eV})(1240\ \text{ eV}\cdot\text{nm})} = 1{,}41\times10^{21}\ \text{fótons/s}.$$

APRENDA Escrevendo essa relação fornecida na forma $P = Rhc/\lambda$, vemos que se a taxa de emissão de fótons é a mesma, quanto menor o comprimento de onda, maior a potência da lâmpada.

38-45
PENSE O comprimento de onda de de Broglie de um íon de sódio é dado por $\lambda = h/p$, em que p é o momento do íon.

EXPRESSE A energia cinética de um íon é dada por $K = qV$, na qual q é a carga do íon e V é a diferença de potencial usada para acelerá-lo. O momento do íon é $p = \sqrt{2mK}$ e o comprimento de onda de de Broglie é $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2mK}}$.

ANALISE (a) A energia cinética do íon de sódio é

$$K = qV = (1{,}60 \times 10^{-19}\text{ C})(300\text{ V}) = 4{,}80 \times 10^{-17}\text{ J}.$$

De acordo com o Apêndice F, a massa de um íon de sódio é

$$m = (22{,}9898\text{ g/mol})/(6{,}02 \times 10^{23}\text{ átomos/mol}) = 3{,}819 \times 10^{-23}\text{ g} = 3{,}819 \times 10^{-26}\text{ kg}.$$

Assim, o momento de um íon de sódio é

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2(3{,}819\times10^{-26}\text{ kg})(4{,}80\times10^{-17}\text{ J})} = 1{,}91\times10^{-21}\text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O comprimento de onda de de Broglie é

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{1{,}91\times10^{-21}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}} = 3{,}46\times10^{-13}\ \text{m}.$$

APRENDA Quanto maior a diferença de potencial, maior a energia cinética, maior o momento e menor o comprimento de onda de de Broglie.

38-69

PENSE De acordo com as leis da mecânica quântica, mesmo que a energia de uma partícula seja menor que a altura de uma barreira de potencial, existe uma probabilidade finita de que a partícula atravesse a barreira.

EXPRESSE Se m é a massa e E é a energia da partícula, o coeficiente de transmissão de uma barreira de altura U_b e largura L é dado por

$$T = e^{-2bL},$$

em que

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}}.$$

No caso de uma pequena variação ΔU_b de U_b (o que se aplica a este problema), a variação do coeficiente de transmissão é dada por

$$\Delta T = \frac{dT}{dU_b}\Delta U_b = -2LT\frac{db}{dU_b}\Delta U_b.$$

Além disso,

$$\frac{db}{dU_b} = \frac{1}{2\sqrt{U_b - E}}\sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h^2}} = \frac{1}{2(U_b - E)}\sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}} = \frac{b}{2(U_b - E)}.$$

Assim,

$$\Delta T = -LTb\frac{\Delta U_b}{U_b - E}.$$

ANALISE (a) Para

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2(9{,}11\times10^{-31}\ \text{kg})(6{,}8\ \text{eV} - 5{,}1\ \text{eV})(1{,}6022\times10^{-19}\ \text{J/eV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})^2}}$$
$$= 6{,}67\times10^9\ \text{m}^{-1},$$

temos $bL = (6{,}67 \times 10^9\ \text{m}^{-1})(750 \times 10^{-12}\ \text{m}^{-1}) = 5{,}0$ e

$$\frac{\Delta T}{T} = -bL\frac{\Delta U_b}{U_b - E} = -(5{,}0)\frac{(0{,}010)(6{,}8\ \text{eV})}{6{,}8\,\text{eV} - 5{,}1\ \text{eV}} = -0{,}20.$$

Isto significa que o coeficiente de transmissão diminui 20% quando a altura da barreira aumenta 1%.

(b) A variação do coeficiente de transmissão com a largura da barreira é dada por

$$\Delta T = \frac{dT}{dL}\Delta L = -2be^{-2bL}\Delta L = -2bT\Delta L$$

Para os dados do problema,

$$\frac{\Delta T}{T} = -2b\Delta L = -2(6{,}67\times10^9\ \text{m}^{-1})(0{,}010)(750\times10^{-12}\ \text{m}) = -0{,}10.$$

Isso significa que o coeficiente de transmissão diminui 10% quando a largura da barreira aumenta 1%.

(c) A variação do coeficiente de transmissão com a energia cinética dos elétrons é dada por

$$\Delta T = \frac{dT}{dE}\Delta E = -2Le^{-2bL}\frac{db}{dE}\Delta E = -2LT\frac{db}{dE}\Delta E.$$

Além disso,

$$db/dE = -\,db/dU_b = -b/2(U_b - E).$$

Assim,

$$\frac{\Delta T}{T} = bL\frac{\Delta E}{U_b - E} = (5{,}0)\frac{(0{,}010)(5{,}1\,\mathrm{eV})}{6{,}8\,\mathrm{eV} - 5{,}1\,\mathrm{eV}} = 0{,}15.$$

Isso significa que o coeficiente de transmissão aumenta 15% quando a energia cinética dos elétrons aumenta 1%.

APRENDA A probabilidade de que os elétrons atravessem a barreira diminui, quando a altura ou a largura da barreira aumenta, e aumenta quando a energia cinética dos elétrons aumenta.