GABARITO EXERCICIOS ADICIONAIS LISTA 5 FÍSICA IV
Mecânica Quântica (9 edição do Halliday)

Capítulo 38

23. (a) A energia cinética do elétron mais rápido é dada por

$$K_m = hf - \Phi = (hc/\lambda) - \Phi,$$

em que Φ é a função trabalho do alumínio, f é a frequência da radiação incidente e λ é o comprimento de onda. Assim,

$$K_m = \frac{1240\,\mathrm{eV \cdot nm}}{200\,\mathrm{nm}} - 4{,}20\ \mathrm{eV} = 2{,}00\ \mathrm{eV}.$$

(b) Como a energia do elétron mais lento é igual à função trabalho, sua energia cinética é zero.

(c) Como o potencial de corte obedece à relação $K_m = eV_0$, temos:

$$V_0 = \frac{K_m}{e} = \frac{2{,}00\ \mathrm{eV}}{e} = 2{,}00\ \mathrm{V}.$$

(d) Para o comprimento de onda de corte, $K_m = 0$, o que nos dá $hc/\lambda = \Phi$ e, portanto,

$$\lambda = \frac{hc}{\Phi} = \frac{1240\ \mathrm{eV \cdot nm}}{4{,}2\,\mathrm{eV}} = 295\ \mathrm{nm}.$$

Para maiores comprimentos de onda, os fótons não têm energia suficiente para arrancar elétrons da placa de alumínio.

26. Para determinar o maior comprimento de onda (ou seja, a energia mínima) que permite que um fóton ejete elétrons de uma superfície revestida com platina, fazemos $K_{max} = 0$ e usamos a relação $hf = hc/\lambda$, o que nos dá $hc/\lambda_{max} = \Phi$. Explicitando λ_{max}, obtemos

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{\Phi} = \frac{1240\,\mathrm{eV \cdot nm}}{5{,}32\,\mathrm{nm}} = 233\,\mathrm{nm}.$$

33. (a) A variação relativa da energia é

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta(hc/\lambda)}{hc/\lambda} = \lambda\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \lambda\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right) = \frac{\lambda}{\lambda'} - 1 = \frac{\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} - 1$$

$$= -\frac{1}{\lambda/\Delta\lambda + 1} = -\frac{1}{(\lambda/\lambda_C)(1-\cos\phi)^{-1} + 1}.$$

Para λ = 3,0 cm = 3,0 × 10^{10} pm e ϕ = 90°, temos:

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{1}{(3{,}0\times 10^{10}\,\text{pm}/2{,}43\text{pm})(1-\cos 90°)^{-1}+1} = -8{,}1\times 10^{-11} = -8{,}1\times 10^{-9}\%.$$

(b) Para λ = 500 nm = 5,00 × 10^5 pm e ϕ = 90°, temos:

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{1}{(5{,}00\times 10^{5}\,\text{pm}/2{,}43\text{pm})(1-\cos 90°\ )^{-1}+1} = -4{,}9\times 10^{-6} = -4{,}9\times 10^{-4}\%.$$

(c) Para λ = 25 pm e ϕ = 90°, temos:

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{1}{(25\text{pm}/2{,}43\text{pm})(1-\cos 90°\ )^{-1}+1} = -8{,}9\times 10^{-2} = -8{,}9\%.$$

(d) Se a energia dos fótons é 1,0 MeV,

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240\ \text{nm·eV}}{1{,}0\ \text{MeV}} = 1{,}24\times 10^{-3}\ \text{nm} = 1{,}24\ \text{pm},$$

o que nos dá

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{1}{(1{,}24\ \text{pm}/2{,}43\ \text{pm})(1-\cos 90°)^{-1}+1} = -0{,}66 = -66\%.$$

(e) Os cálculos anteriores mostram que a variação percentual de energia é praticamente nula para fótons de micro-ondas e de luz visível. Assim, só é possível, na prática, detectar o efeito Compton para fótons de raios X e raios gama.

51. (a) temos:

$$K=\sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2+m_e^2c^4}-m_ec^2=\sqrt{\left(\frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{10\times10^{-3}\ \text{nm}}\right)^2+\left(0{,}511\ \text{MeV}\right)^2}-0{,}511\ \text{MeV}$$

$$=0{,}015\ \text{MeV}=15\ \text{keV}.$$

(b)

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{10\times10^{-3}\ \text{nm}}=1{,}2\times10^5\ \text{eV}=120\ \text{keV}.$$

(c) O microscópio eletrônico é mais prático, já que a energia necessária é muito menor.

54. (a) A energia do fóton é

$$E_\text{f}=\frac{hc}{\lambda}=\frac{1240\ \text{nm}\cdot\text{eV}}{1{,}00\ \text{nm}}=1{,}24\ \text{keV}.$$

(b) A energia cinética do elétron

$$K=\frac{p^2}{2m_e}=\frac{(h/\lambda)^2}{2m_e}=\frac{(hc/\lambda)^2}{2m_ec^2}=\frac{1}{2(0{,}511\ \text{MeV})}\left(\frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{1{,}00\ \text{nm}}\right)^2=1{,}50\ \text{eV}.$$

(c) Nesse caso, a energia do fóton é

$$E_\text{f}=\frac{1240\ \text{nm}\cdot\text{eV}}{1{,}00\times10^{-6}\text{nm}}=1{,}24\times10^9\,\text{eV}=1{,}24\ \text{GeV}.$$

(d) Nesse caso, a energia cinética do elétron é

$$K=\sqrt{p^2c^2+(m_ec^2)^2}-m_ec^2=\sqrt{(hc/\lambda)^2+(m_ec^2)^2}-m_ec^2$$

$$=\sqrt{\left(\frac{1240\ \text{MeV}\cdot\text{fm}}{1{,}00\ \text{fm}}\right)^2+(0{,}511\ \text{MeV})^2}-0{,}511\ \text{MeV}$$

$$=1{,}24\times10^3\ \text{MeV}=1{,}24\ \text{GeV}.$$

Note que, para pequenos valores de λ (ou seja, para grandes valores de K), a energia cinética do elétron, calculada usando a expressão relativística, é praticamente igual à do fóton. Isso é razoável, já que, para grandes valores de K, a energia de repouso do elétron é muito menor que a energia cinética e, portanto, $K \approx E \approx pc$, enquanto, para o fóton, $E = pc$ para qualquer energia.

55. (a) Como $\lambda = h/p = h/(m_p v)$,

$$v = \frac{h}{m_p\lambda} = \frac{6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{(1{,}6705\times10^{-27}\ \text{kg})(0{,}100\times10^{-12}\ \text{m})} = 3{,}96\times10^{6}\ \text{m/s}.$$

(b) Fazendo $eV = K = m_p v^2/2$, obtemos:

$$V = \frac{m_p v^2}{2e} = \frac{(1{,}6705\times10^{-27}\ \text{kg})(3{,}96\times10^{6}\ \text{m/s})^2}{2(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})} = 8{,}17\times10^{4}\ \text{V} = 81{,}7\ \text{kV}.$$

64. (a) A energia dos fótons é

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{nm}\cdot\text{eV}}{10{,}0\times10^{-3}\ \text{nm}} = 124\,\text{keV}.$$

(b) Como a energia cinética recebida pelo elétron é igual à energia perdida pelo fóton,

$$\Delta E = \Delta\left(\frac{hc}{\lambda}\right) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda+\Delta\lambda}\right) = \left(\frac{hc}{\lambda}\right)\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}\right) = \frac{E}{1+\lambda/\Delta\lambda}$$

$$= \frac{E}{1+\dfrac{\lambda}{(h/mc)(1-\cos\phi)}} = \frac{124\ \text{keV}}{1+\dfrac{10{,}0\ \text{pm}}{(2{,}43\ \text{pm})(1-\cos 180^\circ)}} = 40{,}5\ \text{keV}.$$

(c) É impossível "observar" um elétron de um átomo usando um fóton com uma energia tão alta, já que essa energia é mais do que suficiente para arrancar o elétron de sua órbita.

66. Como

$$T \approx e^{-2bL} = \exp\left(-2L\sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}}\right),$$

temos:

$$E = U_b - \frac{1}{2m}\left(\frac{h\ln T}{4\pi L}\right)^2 = 6{,}0\ \text{eV} - \frac{1}{2(0{,}511\ \text{MeV})}\left[\frac{(1240\ \text{eV}\cdot\text{nm})(\ln 0{,}001)}{4\pi(0{,}70\ \text{nm})}\right]^2$$

$$= 5{,}1\ \text{eV}.$$

67. (a) O coeficiente de transmissão T para uma partícula de massa m e energia E que incide em uma barreira de altura U_b e largura L é dado por

$$T = e^{-2bL},$$

em que

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}}.$$

Assim, temos:

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2(1{,}6726\times10^{-27}\ \text{kg})(10\ \text{MeV} - 3{,}0\ \text{MeV})(1{,}6022\times10^{-13}\ \text{J/MeV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})^2}}$$

$$= 5{,}8082\times10^{14}\ \text{m}^{-1},$$

o que nos dá

$$bL = (5{,}8082\times10^{14}\ \text{m}^{-1})(10\times10^{-15}\ \text{m}) = 5{,}8082$$

$$T = e^{-2(5{,}8082)} = 9{,}02\times10^{-6}.$$

O valor de b foi calculado com um número de algarismos significativos maior que o normal porque o valor de uma exponencial varia muito com uma pequena variação do valor do expoente.

(b) Como a energia potencial dos prótons é a mesma (zero) antes e depois de passarem pela barreira e a energia total é conservada, a energia cinética também é a mesma, 3,0 MeV.

(c) Como a energia também é conservada no processo de reflexão, a energia cinética é a mesma, 3,0 MeV, antes e depois da reflexão.

(d) Como a massa de um dêuteron é 2,0141 u = $3{,}3454\times10^{-27}$ kg, temos:

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2(3{,}3454\times10^{-27}\ \text{kg})(10\ \text{MeV} - 3{,}0\ \text{MeV})(1{,}6022\times10^{-13}\ \text{J/MeV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})^2}}$$

$$= 8{,}2143\times10^{14}\ \text{m}^{-1},$$

o que nos dá

$$bL = (8{,}2143\times10^{14}\ \text{m}^{-1})(10\times10^{-15}\ \text{m}) = 8{,}2143$$

e

$$T = e^{-2(8{,}2143)} = 7{,}33\times10^{-8}.$$

(e) Como no caso dos prótons, a energia cinética dos dêuterons é a mesma, 3,0 MeV, antes e depois de atravessarem a barreira.

(f) Como no caso dos prótons, a energia cinética dos dêuterons é a mesma, 3,0 MeV, antes e depois de serem refletidos pela barreira.