GABARITO EXERCICIOS ADICIONAIS LISTA 4 FÍSICA IV
Relatividade (9 edição do Halliday)

Capítulo 37

4. Devido à dilatação do tempo, o intervalo entre as idades inicial e final da filha é maior que os quatro anos experimentados pelo pai:

$$t_{f\,\text{d filha}} - t_{i\,\text{filha}} = \gamma(4{,}000\text{ anos}),$$

em que γ é o fator de Lorentz (Eq. 37-8). Chamando de T a idade do pai, temos:

$$T_i = t_{i\,\text{filha}} + 20{,}00\text{ anos},\quad T_f = t_{f\,\text{filha}} - 20{,}00\text{ anos}.$$

Como $T_f - T_i = 4{,}000$ anos, podemos combinar as três equações anteriores para obter o valor de γ e, portanto, o valor de v:

$$44 = 4\gamma \quad\Rightarrow\quad \gamma = 11 \quad\Rightarrow\quad \beta = \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma} = \frac{\sqrt{11^2-1}}{11} = 0{,}9959.$$

15. (a) Sabemos que $d = 23.000$ anos-luz $= 23.000c$. O tempo gasto para percorrer essa distância, no referencial da Terra, é $\Delta t = d/v$, em que v é a velocidade da espaçonave. Como $\beta = v/c$, temos:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{23.000c}{\beta c} = \frac{23.000}{\beta}\text{ anos.}$$

Por outro lado, de acordo com a Eq. 37-7,

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{30}{\sqrt{1-\beta^2}}\text{ anos.}$$

Igualando as duas equações e explicitando β, obtemos

$$\beta = \frac{23.000}{\sqrt{23.000^2+30^2}} = 0{,}99999915.$$

(b) De acordo com a Eq. 37-13, a distância percorrida no referencial da espaçonave é

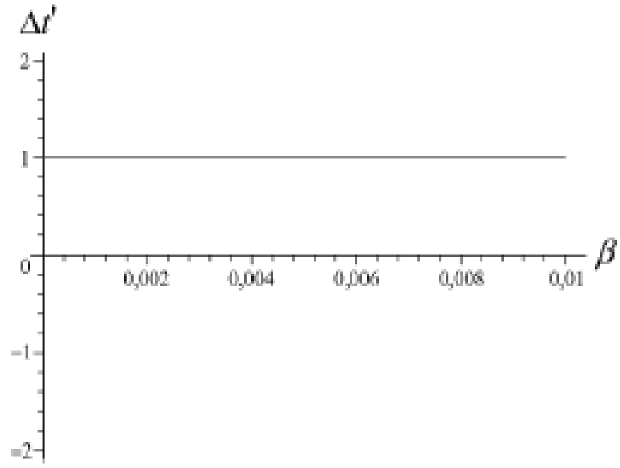
$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2} = 23.000\sqrt{1-0{,}99999915^2} \approx 30\text{ anos-luz.}$$

21. (a) De acordo com a Eq. 2′ da Tabela 37-2, temos:

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right) = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta\Delta x}{c}\right) = \gamma\left(1{,}00\times10^{-6}\,\mathrm{s} - \frac{\beta(400\,\mathrm{m})}{2{,}998\times10^{8}\,\mathrm{m/s}}\right),$$

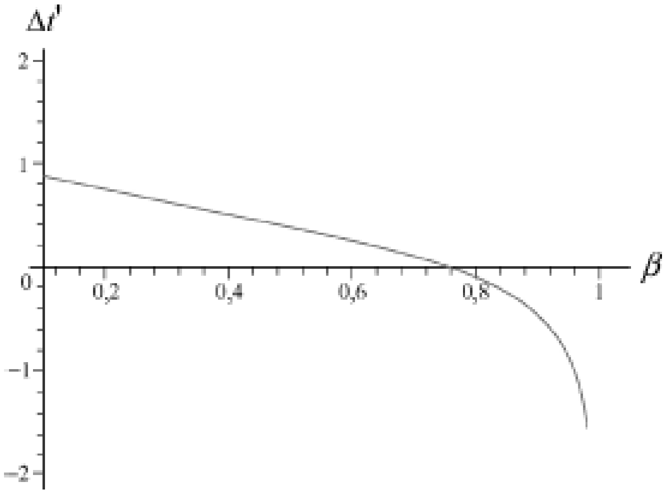
na qual γ e β estão relacionados pela Eq. 37-8.

(b) A figura a seguir mostra o gráfico de $\Delta t'$ em função de β para o intervalo $0 < \beta < 0{,}01$.



Note que os limites do eixo vertical são $+2\ \mu$s e $-2\ \mu$s e que o gráfico não pode ser distinguido de uma reta horizontal. Isso acontece porque, para valores pequenos de β, a distância temporal entre os eventos medida pelo observador 2 é praticamente igual à distância medida pelo observador 1, ou seja, $+1{,}0\ \mu$s. Em outras palavras, neste caso não são observados efeitos relativísticos.

(c) A figura a seguir mostra o gráfico de $\Delta t'$ em função de β para o intervalo $0{,}1 < \beta < 1$.



(d) Fazendo

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta\Delta x}{c}\right) = \gamma\left(1{,}00\times10^{-6}\,\mathrm{s} - \frac{\beta(400\,\mathrm{m})}{2{,}998\times10^{8}\,\mathrm{m/s}}\right) = 0,$$

obtemos

$$\beta = \frac{c\Delta t}{\Delta x} = \frac{(2{,}998\times10^{8}\,\mathrm{m/s})(1{,}00\times10^{-6}\,\mathrm{s})}{400\,\mathrm{m}} = 0{,}7495 \approx 0{,}750.$$

(e) De acordo com o gráfico do item (c), a sequência dos eventos para o observador 2 é a mesma que para o observador 1 para $\beta < 0{,}750$, pois, nesse caso, $\Delta t' > 0$.

(f) De acordo com o gráfico do item (c), a sequência dos eventos para o observador 2 não é a mesma que para o observador 1 para $\beta > 0{,}750$, pois, nesse caso, $\Delta t' < 0$.

(g) Não, o evento A não pode ser a causa do evento B, ou vice-versa. Note que

$$\Delta x/\Delta t = (400\ \text{m})/(1{,}00\ \mu\text{s}) = 4{,}00 \times 10^8\ \text{m/s} > c.$$

Como um sinal não pode se propagar do local onde ocorreu o evento A para o local onde ocorreu o evento B com uma velocidade maior que c, o evento A não pode influenciar o evento B, ou vice-versa.

33. (a) No referencial da nave mensageira (que vamos chamar de S_m), a velocidade da esquadrilha é

$$v' = \frac{v - v_m}{1 - vv_m/c^2} = \frac{0{,}80c - 0{,}95c}{1-(0{,}80c)(0{,}95c)/c^2} = -0{,}625c.$$

O comprimento da esquadrilha no referencial S_m é

$$L_1 = \frac{L_0}{\gamma_{v'}} = (1{,}0\ \text{ano-luz})\sqrt{1-(-0{,}625)^2} = 0{,}781\ \text{ano-luz}.$$

Assim, a duração da viagem é

$$t' = \frac{L'}{|v'|} = \frac{0{,}781\ \text{ano-luz}}{0{,}625\text{c}} = 1{,}25\ \text{ano}.$$

(b) No referencial da esquadrilha (que vamos chamar de S_e), a velocidade da nave mensageira é

$$v' = \frac{v - v_e}{1 - vv_e/c^2} = \frac{0{,}95c - 0{,}80c}{1-(0{,}95c)(0{,}80c)/c^2} = 0{,}625c.$$

e a duração da viagem é

$$t' = \frac{L_0}{v'} = \frac{1{,}0\ \text{ano-luz}}{0{,}625c} = 1{,}60\ \text{ano}.$$

(c) No referencial da base espacial, o comprimento da esquadrilha é

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = (1{,}0\ \text{ano-luz})\sqrt{1-(0{,}80)^2} = 0{,}60\ \text{ano-luz}$$

e, portanto, a duração da viagem é

$$t = \frac{L}{v_m - v_e} = \frac{0{,}60\ \text{ano-luz}}{0{,}95c - 0{,}80c} = 4{,}00\ \text{anos}.$$

39. (a) A frequência recebida é

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}\sqrt{\frac{1-0,20}{1+0,20}},$$

o que nos dá

$$\lambda = (450\,\text{nm})\sqrt{\frac{1+0,20}{1-0,20}} = 550\ \text{nm}.$$

(b) O comprimento de onda calculado no item (a) corresponde à cor amarela.