GABARITO EXERCICIOS ADICIONAIS LISTA 3 FÍSICA IV
Difração (9 edição do Halliday)

Capítulo 36

10. Como $y = m\lambda L/a$, temos:

$$\Delta y = \Delta\left(\frac{m\lambda L}{a}\right) = \frac{\lambda L}{a}\Delta m = \frac{(632{,}8\,\text{nm})(2{,}60)}{1{,}37\,\text{mm}}[10-(-10)] = 24{,}0\,\text{mm}.$$

16. Considere a explicação de Huygens do fenômeno de difração. Na presença do objeto A, apenas as ondas secundárias de Huygens que passam pelo furo chegam ao ponto P. Suponha que essas ondas produzem um campo elétrico resultante $\vec{E}_A$. Na presença do objeto B, a luz que foi bloqueada pelo objeto A chega ao ponto P e a luz que passou pelo furo do objeto A é bloqueada. Suponha que, nesse caso, o campo elétrico resultante é $\vec{E}_B$. A soma $\vec{E}_A + \vec{E}_B$ é a resultante das ondas que chegam ao ponto P na ausência do objeto A e do objeto B. Como o ponto P está na região de sombra geométrica, essa soma é zero. Assim, $\vec{E}_A = -\vec{E}_B$, e, como a intensidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico, a intensidade no ponto P é a mesma quando A está presente e quando B está presente.

28. A Eq. 36-14 nos dá $\theta_R = 1{,}22\lambda/d$, em que, em nosso caso, $\theta_R \approx D/L$, com $D = 60\ \mu$m e L é a distância que procuramos. Se $d = 3{,}00$ mm $= 3000\ \mu$m é o diâmetro da pupila do observador,

$$L = \frac{Dd}{1{,}22\lambda} = \frac{(60\,\mu\text{m})(3000\,\mu\text{m})}{1{,}22(0{,}55\,\mu\text{m})} = 2{,}7\times10^5\ \mu\text{m} = 27\,\text{cm}.$$

30. De acordo com a Fig. 36-42a, o diâmetro D' do disco na retina é

$$D' = D\frac{L'}{L} = (2{,}00\ \text{mm})\frac{2{,}00\ \text{cm}}{45{,}0\ \text{cm}} = 0{,}0889\ \text{mm}.$$

O ângulo mostrado na Fig. 36-42b é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{D'/2}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}0889\ \text{mm}/2}{6{,}00\ \text{mm}}\right) = 0{,}424°.$$

Como este ângulo corresponde ao primeiro mínimo da figura de difração, sen $\theta = 1{,}22\lambda/d$, em que λ é o comprimento de onda e d é o diâmetro do defeito. Assim, temos:

$$d = \frac{1{,}22\lambda}{\text{sen}\,\theta} = \frac{1{,}22(550\ \text{nm})}{\text{sen}(0{,}424°)} = 9{,}06\times10^{-5}\ \text{m} \approx 91\,\mu\text{m}.$$

34. (a) Como $\theta = 1{,}22\lambda/d$, quanto maior o comprimento de onda, maior o raio do primeiro mínimo (e do segundo máximo). Assim, os dois anéis são vermelhos (a cor da luz visível com maior comprimento de onda).

(b) O diâmetro aproximado das gotas é

$$d = \frac{1{,}22\,\lambda}{\theta} \approx \frac{1{,}22(7\times10^{-7}\text{ m})}{1{,}5(0{,}50°)(\pi/180°)/2} = 1{,}3\times10^{-4}\text{ m} = 0{,}13\text{ mm}.$$

43. (a) As posições angulares θ das franjas claras de interferência são dadas por d sen $\theta = m\lambda$, em que d é a distância entre as fendas, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. O primeiro mínimo de difração acontece para um ângulo θ_1 dado por a sen $\theta_1 = \lambda$, em que a é a largura das fendas. Como o pico de difração se estende de $-\theta_1$ a $+\theta_1$, devemos contar o número de valores de m para os quais $-\theta_1 < \theta < +\theta_1$ ou, o que é equivalente, o número de valores de m para os quais $-\text{sen}\,\theta_1 < \text{sen}\,\theta < +\text{sen}\,\theta_1$. Isso nos dá $-1/a < m/d < 1/a$, ou seja, $-d/a < m < +d/a$. Como

$$\frac{d}{a} = \frac{0{,}150\times10^{-3}\text{ m}}{30{,}0\times10^{-6}\text{ m}} = 5{,}00,$$

os valores de m são $m = -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ e $+4$, o que corresponde a um total de 9 franjas.

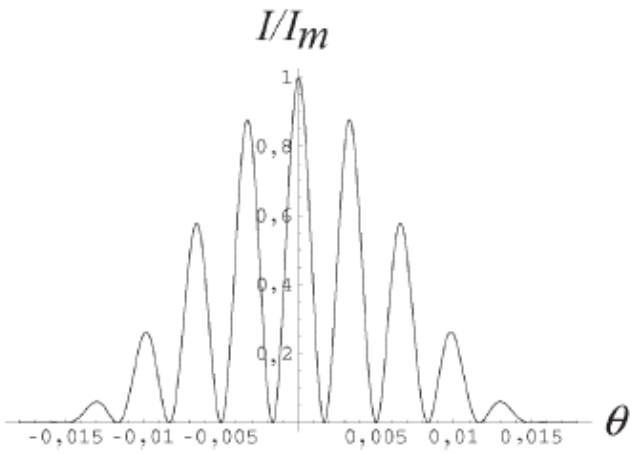
(b) A intensidade na tela é dada por

$$I = I_m\left(\cos^2\beta\right)\left(\frac{\text{sen}\,\alpha}{\alpha}\right)^2$$

na qual $\alpha = (\pi a/\lambda)$ sen θ, $\beta = (\pi d/\lambda)$ sen θ e I_m é a intensidade da franja central. No caso da terceira franja clara, d sen $\theta = 3\lambda$, o que nos dá $\beta = 3\pi$ rad, e $\alpha = 3\pi a/d = 3\pi/5{,}00 = 0{,}600\pi$ rad. Assim,

$$\frac{I}{I_m} = (\cos^2 3\pi)\left(\frac{\text{sen}\,0{,}600\pi}{0{,}600\pi}\right)^2 = 0{,}255.$$

Nota: A expressão da intensidade envolve dois fatores: (1) o fator de interferência $\cos^2\beta$, associado à interferência das ondas que passam por duas fendas separadas por uma distância d, e (2) o fator de difração $[(\text{sen}\,\alpha)/\alpha]^2$, que resulta da difração produzida por uma fenda de largura a. No limite em que $a \to 0$, $(\text{sen}\,\alpha)/\alpha \to 1$ e recuperamos a Eq. 35-22, usada para calcular a interferência entre duas fendas de largura desprezível separadas por uma distância d. Por outro lado, fazendo $d = 0$ (ou $\beta = 0$), recuperamos a Eq. 36-5, usada para calcular a difração de uma única fenda de largura a. A figura a seguir mostra a intensidade relativa I/I_m em função de θ.



63. Seja λ_1 o menor comprimento de onda e seja θ a posição angular da linha associada a λ_1. Seja λ_2 o maior comprimento de onda e seja $\theta + \Delta\theta$ a posição angular da linha associada a λ_2. Se o espectro cobre um ângulo $\Delta\theta$, temos:

$$\lambda_1 = d \operatorname{sen}\theta \quad \text{e} \quad \lambda_2 = d \operatorname{sen}(\theta + \Delta\theta).$$

Como

$$\operatorname{sen}(\theta + \Delta\theta) = \operatorname{sen}\theta \cos\Delta\theta + \cos\theta \operatorname{sen}\Delta\theta$$

e

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta},$$

temos:

$$\lambda_2 = d(\operatorname{sen}\theta \cos\Delta\theta) + d(\cos\theta \operatorname{sen}\Delta\theta) = \lambda_1 \cos\Delta\theta + \sqrt{d^2 - \lambda_1^2}\operatorname{sen}\Delta\theta.$$

Explicitando d, obtemos

$$d = \sqrt{\frac{(\lambda_2 - \lambda_1\cos\Delta\theta)^2 + (\lambda_1 \operatorname{sen}\Delta\theta)^2}{\operatorname{sen}^2\Delta\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{[(680\text{ nm}) - (430\text{ nm})\cos 20°]^2 + [(430\text{ nm})\operatorname{sen} 20°]^2}{\operatorname{sen}^2 20°}}$$

$$= 914\text{ nm} = 9{,}14 \times 10^{-4}\text{ mm}.$$

Isso significa que existem $1/d = 1/(9{,}14 \times 10^{-4}\text{ mm}) = 1{,}09 \times 10^3$ ranhuras por mm.

70. De acordo com a Eq. 36-34, $2d \operatorname{sen}\theta = \lambda$. Como o ângulo de incidência nos planos refletores é $\theta = 63{,}8° - 45{,}0° = 18{,}8°$ e a distância interplanar é $d = a_0/\sqrt{2}$, temos:

$$a_0 = d\sqrt{2} = \frac{\lambda\sqrt{2}}{2\operatorname{sen}\theta} = \frac{(0{,}260\text{ nm})\sqrt{2}}{2\operatorname{sen}18{,}8°} = 0{,}570\text{ nm}.$$