LISTA 04_4 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Equações não homogêneas. Método da variação de parâmetros

Respostas no final

Gabaritos na página do professor

Em cada um dos problemas de 1 a 6, use o método de variação dos parâmetros para determinar a solução geral da equação diferencial dada

1. $y''' + y' = \tan t, \qquad -\pi/2 < t < \pi/2$
2. $y''' - y' = t$
3. $y''' - 2y'' - y' + 2y = e^{4t}$
4. $y''' + y' = \sec t, \qquad -\pi/2 < t < \pi/2$
5. $y''' - y'' + y' - y = e^{-t} \operatorname{sen} t$
6. $y^{(4)} + 2y'' + y = \operatorname{sen} t$

Em cada um dos Problemas 7 e 8, encontre a solução geral da equação diferencial dada. Deixe sua resposta em função de uma ou mais integrais.

7. $y''' - y'' + y' - y = \sec t, \qquad -\pi/2 < t < \pi/2$
8. $y''' - y' = \csc t, \qquad 0 < t < \pi$

Em cada um dos problemas de 9 a 12, encontre a solução do problema de valor inicial dado. Depois faça um gráfico da solução.

9. $y''' + y'' = \sec t; \qquad y(0) = 2, \qquad y'(0) = 1, \qquad y''(0) = -2$
10. $y^{(4)} + 2y'' + y = \operatorname{sen} t; \qquad y(0) = 2, \qquad y'(0) = 0, \qquad y''(0) = -1, \qquad y\,(0) = 1$
11. $y''' - y'' + y' - y = \sec t; \qquad y(0) = 2, \qquad y'(0) = -1, \qquad y''(0) = 1$
12. $y''' - y' = \csc t; \qquad y(\pi/2) = 2, \qquad y'(\alpha/2) = 1, \qquad y''(\alpha/2) = -1$

13. Dado que x, x^2 e $1/x$ são soluções da equação homogênea associada a

$$x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 2x^4, \qquad x > 0,$$

determine uma solução particular.

14. Encontre uma fórmula envolvendo integrais para uma solução particular da equação diferencial

$$y''' - y'' + y' - y = g(t).$$

15. Encontre uma fórmula envolvendo integrais para uma solução particular da equação diferencial

$$y^{(4)} - y = g(t).$$

Sugestão: As funções sen t, cos t, senh t e cosh t formam um conjunto fundamental de soluções para a equação homogênea.

16. Encontre uma fórmula envolvendo integrais para uma solução particular da equação diferencial

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = g(t).$$

Se $g(t) = t^{-2}e^t$, determine $Y(t)$.

17. Encontre uma fórmula envolvendo integrais para uma solução particular da equação diferencial

$$x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = g(x), \qquad x > 0.$$

Sugestão: Verifique se x, x^2 e x^3 são soluções da equação homogênea.

RESPOSTAS

1. $y = c_1 + c_2 \cos t + c_3 \operatorname{sen} t - \ln \cos t - (\operatorname{sen} t) \ln(\sec t + \tan t)$
2. $y = c_1 + c_2 e^t + c_3 e^{-t} - \frac{1}{2} t^2$
3. $y = c_1 e^t + c_2 e^{-t} + c_3 e^{2t} + \frac{1}{30} e^{4t}$
4. $y = c_1 + c_2 \cos t + c_3 \operatorname{sen} t + \ln(\sec t + \tan t) - t \cos t + (\operatorname{sen} t) \ln \cos t$
5. $y = c_1 e^t + c_2 \cos t + c_3 \operatorname{sen} t - \frac{1}{5} e^{-t} \cos t$
6. $y = c_1 \cos t + c_2 \operatorname{sen} t + c_3 t \cos t + c_4 t \operatorname{sen} t - \frac{1}{8} t^2 \operatorname{sen} t$
7. $y = c_1 e^t + c_2 \cos t + c_3 \operatorname{sen} t - \frac{1}{2}(\cos t) \ln \cos t + \frac{1}{2}(\operatorname{sen} t) \ln \cos t - \frac{1}{2} t \cos t$
8. $$y = c_1 + c_2 e^t + c_3 e^{-t} - \ln \operatorname{sen} t + \ln(\cos t + 1) + \frac{1}{2} e^t \int_{t_0}^{t} \left(e^{-s} / \operatorname{sen} s \right) ds + \frac{1}{2} e^{-t} \int_{t_0}^{t} \left(e^{s} / \operatorname{sen} s \right) ds$$
9. $c_1 = 0,\ c_2 = 2,\ c_3 = 1$ na resposta do Problema 4
10. $c_1 = 2,\ c_2 = \frac{7}{8},\ c_3 = -\frac{7}{8},\ c_4 = \frac{1}{2}$ na resposta do Problema 6
11. $c_1 = \frac{3}{2},\ c_2 = \frac{1}{2},\ c_3 = -\frac{5}{2},\ t_0 = 0$ na resposta do Problema 7
12. $c_1 = 3,\ c_2 = 0,\ c_3 = -e^{\pi/2},\ t_0 = \pi/2$ na resposta do Problema 8
13. $Y(x) = x^4/15$
14. $$Y(t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} [e^{t-s} - \operatorname{sen}(t-s) - \cos(t-s)] g(s)\, ds$$
15. $$Y(t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} [\operatorname{senh}(t-s) - \operatorname{sen}(t-s)] g(s)\, ds$$
16. $$Y(t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} e^{(t-s)} (t-s)^2 g(s)\, ds; \quad Y(t) = -\, t e^t \ln|t|$$
17. $$Y(x) = \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x} [(x/t^2) - 2(x^2/t^3) + (x^3/t^4)] g(t)\, dt$$