GABARITO DA LISTA 7 DE FÍSICA I

•1 Você deixa cair um livro de 2,00 kg para uma amiga que está na calçada, a uma distância $D = 10{,}0$ m abaixo de você. Se as mãos estendidas da sua amiga estão a uma distância $d = 1{,}5$ m acima do solo (Fig. 8-30), (a) qual é o trabalho W_g realizado sobre o livro pela força gravitacional até ele cair nas mãos da sua amiga? (b) Qual é a variação ΔU da energia potencial gravitacional do sistema livro-Terra durante a queda? Se a energia potencial gravitacional U do sistema é considerada nula no nível do solo, qual é o valor de U (c) quando você deixa cair o livro e (d) quando ele chega às mãos da sua amiga? Suponha agora que o valor de U é 100 J ao nível do solo e calcule novamente (e) W_g, (f) ΔU, (g) U no ponto onde você deixou cair o livro e (h) U no ponto em que chegou às mãos da sua amiga.

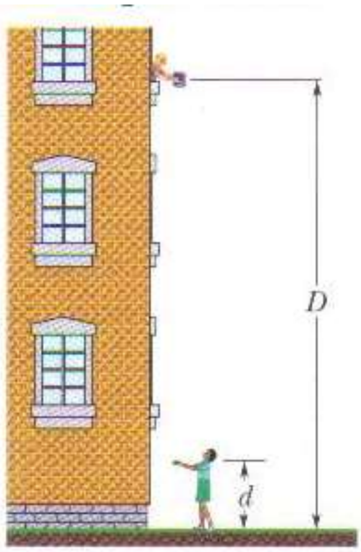


FIG. 8-30 Problemas 1 e 10.

a) O trabalho realizado pela gravidade é dado por:

$$W = \vec{F}_g \bullet \vec{d} = F_g.d.\cos\theta = m.g.d\cos\theta = (2{,}00).9{,}80.(10{,}0-1{,}5).\cos 0^0 = 167\ J$$

b) Sabe-se que a variação da energia potencial gravitacional é dada por:

$$\Delta U = -W$$
$$\Delta U = -(167) = -167\ \text{J}$$

c) Nesse caso deve-se determinar a energia potencial gravitacional para a queda sobre o solo. Assim:

$$\Delta U = mg(h_f - h_i) \Rightarrow U_f - U_i = mg(h_f - h_i)$$
$$0 - U_i = (2{,}00).(9{,}80)(0-10{,}0) = -U_i = -196\ \text{J} \Rightarrow \text{U}_\text{i} = 196\ \text{J}$$

d)

$$\Delta U = mg(h_f - h_i) \Rightarrow U_f - U_i = mg(h_f - h_i)$$
$$U_f - 196 = (2{,}00).(9{,}80)(1{,}50-10{,}0) = U_f = 29\ \text{J}$$

e) Deve-se observar que o trabalho dependo do deslocamento e não dos valores das energias final e inicial. Assim para a altura de 8,50 m o trabalho tem o mesmo valor determinando na letra a) ou seja W=167 J.

f) Como $\Delta U = -W$ **vem que** $\Delta U = -167\ \text{J}$

g) $\Delta U = mg(h_f - h_i) \Rightarrow U_f - U_i = mg(h_f - h_i)$

$$U_f - 100 = (2{,}00).(9{,}80).(10{,}0-0{,}00) = 296\ \text{J}$$

h) $\Delta U = mg(h_f - h_i) \Rightarrow U_f - U_i = mg(h_f - h_i)$

$$U_f - 100 - 196 = (2{,}00).(9{,}80).(1{,}50-10{,}0) = 129\ \text{J}$$

•5 Qual é a constante elástica de uma mola que armazena 25 J de energia potencial ao ser comprimida 7,5 cm?

A energia potencial elástica armazenada na mola é dada por $U = \frac{1}{2}kx^2$ **. Assim:**

$$k = \frac{2U}{x^2} = \frac{2.(25)}{(0{,}075)^2} = 8{,}9.10^3 \text{ N/m}$$

••7 A Fig. 8-34 mostra uma haste fina, de comprimento L = 2,00 m e massa desprezível, que pode girar em torno de uma das extremidades para descrever uma circunferência vertical. Uma bola de massa m = 5,00 kg está presa na outra extremidade. A haste é puxada lateralmente até fazer um ângulo θ_0 = 30,0° com a vertical e liberada com velocidade inicial $\vec{v}_0 = 0$. Quando a bola desce até o ponto mais baixo da circunferência, (a) qual é o trabalho realizado sobre ela pela força gravitacional e (b) qual é a variação da energia potencial do sistema bola-Terra? (c) Se a energia potencial gravitacional é tomada como sendo zero no ponto mais baixo da circunferência, qual é seu valor no momento em que a bola é liberada? (d) Os valores das respostas dos itens de (a) a (c) aumentam, diminuem ou permanecem os mesmos se o ângulo θ_0 é aumentado?

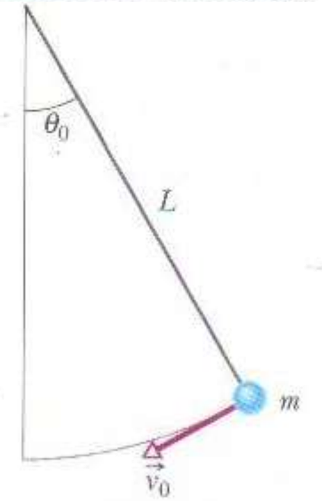
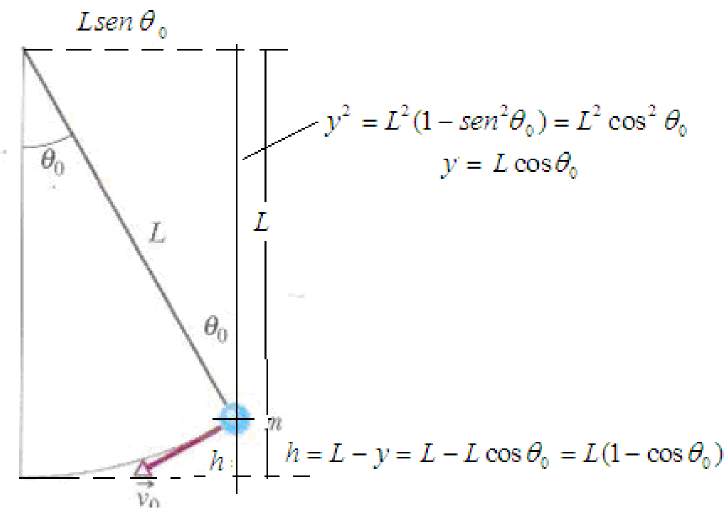


FIG. 8-34 Problemas 7, 16 e 17.



$$y^2 = L^2(1 - Lsen\theta_0) = L\cos\theta_0$$

$$h = L - y = L - L\cos\theta_0 = L(1 - \cos\theta_0)$$

a) **Usando as informações vindas da figura, e lembrando que $\boldsymbol{W = \vec{F}.\vec{d} = F.d.cos\theta}$, vem:**

$$\boldsymbol{W = F.d.cos\theta = m.g.L(1 - cos\theta_0) = 5,00.(9,80).(2,00).(1 - cos\ 30^0) = 13,1\ J}$$

b)

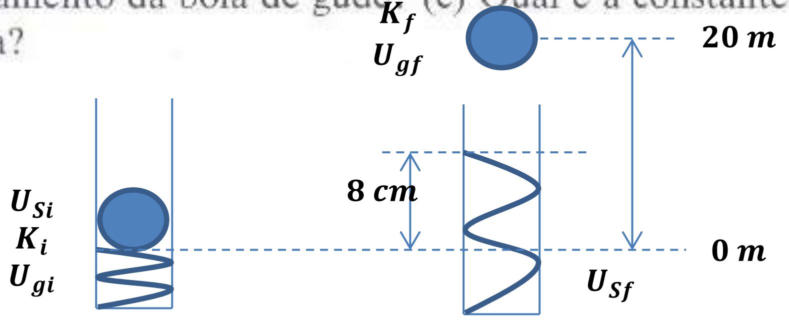
$$\boldsymbol{\Delta U = -W = \rightarrow \Delta U = -13,1\ J}$$

c)

$$\boldsymbol{\Delta U = U_f - U_i = m.g.L(1 - cos\theta_0)}$$
$$\boldsymbol{U_f - 0 = 5,00.(9,80).(2,00).(1 - cos\ 30^0) = 13,1\ J}$$

d) **Como o ângulo aumenta observando a equação da altura $\boldsymbol{h = L(1 - cos\theta_0)}$, observa-se que a altura também aumenta, sendo máximo quando o ângulo for 90^0. Assim observa-se que os valores das letras a e c dependem diretamente de $\boldsymbol{L(1 - cos\theta_0)}$, que irá aumentar com o aumento do ângulo, assim, os valores das letras a e c irão aumentar se o ângulo aumentar.**

•15 Uma bola de gude de 5,0 g é lançada verticalmente para cima usando uma espingarda de mola. A mola deve ser comprimida de exatamente 8,0 cm para que a bola alcance um alvo colocado 20 m acima da posição da bola de gude na mola comprimida. (a) Qual é a variação ΔU_g da energia potencial gravitacional do sistema bola de gude-Terra durante a subida de 20 m? (b) Qual é a variação ΔU_s da energia potencial elástica da mola durante o lançamento da bola de gude? (c) Qual é a constante elástica da mola?



a) $\Delta U_g = m.g.\Delta y = (0,005).(9,80).(20-0) = 0,98\,J$

b) A variação da energia potencial gravitacional deve ser igual em módulo a variação da energia portencial elástica. Assim:

$$\Delta U_g = -\Delta U_S = -0,98\,J$$

c) Determina-se o pedido por meio da equação da energia potencial elástica, ou seja:

$$\Delta U_S = \frac{kx^2}{2} \rightarrow k = \frac{2\Delta U_S}{x^2}$$

$$k = \frac{2\Delta U_S}{x^2} = \frac{2.(0,98)}{(0,08)^2} = 306\,N/m$$

••20 Uma única força conservativa $\vec{F} = (6{,}0x - 12)\hat{\imath}$ N, onde x está em metros, age sobre uma partícula que se move ao longo de um eixo x. A energia potencial U associada a essa força recebe o valor de 27 J em $x = 0$. (a) Escreva uma expressão para U como uma função de x, com U em joules e x em metros. (b) Qual é o máximo valor positivo da energia potencial? Para que valor (c) negativo e (d) positivo de x a energia potencial é nula?

a)

$$\Delta U = U_f - U_i = \int_{x_0}^{x} \vec{F}.d\vec{r}$$

$$\Delta U = U(x) - U(0) = \int_{0}^{x} (6{,}0x - 12).dx$$

$$U(x) - 27 = 3{,}0x^2 - 12x$$

$$U(x) = 27 + 3{,}0x^2 - 12x$$

b) Para se obter o máximo da função U(x) tira-se a derivada primeira e iguala-se a zero.

$$\frac{dU}{dt} = 0$$

$$\frac{d(27 + 3{,}0x^2 - 12x)}{dt} = 0 \rightarrow 6{,}0x - 12 = 0 \rightarrow x = 2{,}0\ m$$

$$U(2{,}0) = 27 + 3{,}0(2{,}0)^2 - 12(2{,}0) = 39\ J$$

c) e d) Resolvendo-se a equação

$$U(x) = 27 + 3{,}0x^2 - 12x$$

Para U(x)=0 tem-se:

$$0 = 27 + 3{,}0x^2 - 12x \rightarrow \begin{cases} x = -1{,}6\ m \\ x = 5{,}6\ m \end{cases}$$

••27 A Fig. 8-41 mostra uma pedra de 8,00 kg em repouso sobre uma mola. A mola é comprimida de 10,0 cm pela pedra. (a) Qual é a constante elástica da mola? (b) A pedra é empurrada mais 30 cm para baixo e liberada. Qual é a energia potencial elástica da mola comprimida antes de ser liberada? (c) Qual é a variação da energia potencial gravitacional do sistema pedra-Terra quando a pedra se desloca do ponto onde foi liberada até a altura máxima? (d) Qual é essa altura máxima, medida a partir do ponto onde a pedra foi liberada?

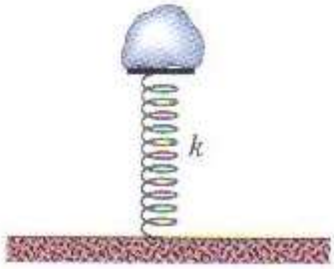
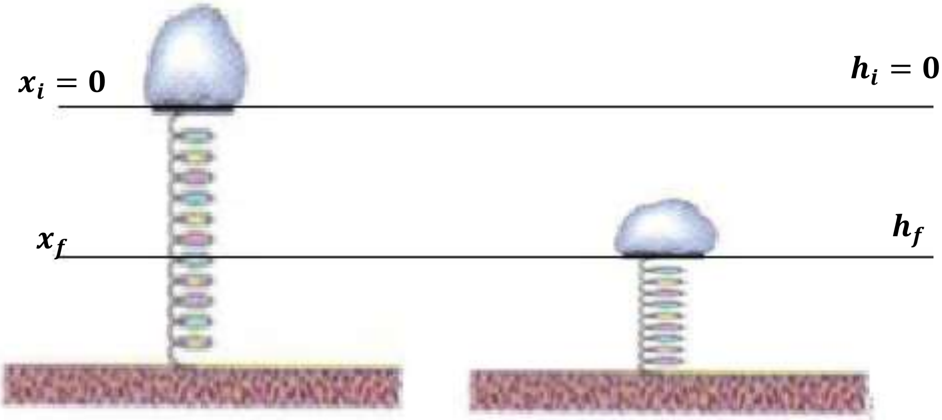


FIG. 8-41
Problema 27.



a) **Lembrando que a mola após ser comprimida os 10 cm deverá ter aceleração nula, assim a força gravitacional deverá ser igual a força elástica, ou seja:**

$$mg = -kx$$

$$(8,00).(9,80) = -k(-0,100) \rightarrow k = 784\ N/m$$

b) **A energia potencial elástica é dada por:**

$$U_S = \frac{kx^2}{2} = \frac{784(-0,10 - 0,30)^2}{2} = 62,7\ J$$

c) **Considerando que a pedra foi liberada quando a mola foi comprimida 0,40 m, tem-se pelo teorema de energia mecânica:**

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$U_{gi} + U_{Si} + K_i = U_{gf} + U_{Sf} + K_f$$

$$0 + U_{Si} + 0 = U_{gf} + 0 + 0$$

$$0 + \frac{kx^2}{2} + 0 = U_{gf} + 0 + 0$$

$$U_{gf} = \frac{784(-0,40)^2}{2} = 62,7\ J$$

d) No momento em que a pedra é liberada tem-se:

$$\boldsymbol{U_S = U_g}$$

$$\boldsymbol{\frac{kx^2}{2} = mgh}$$

$$\boldsymbol{\frac{kx^2}{2mg} = h \rightarrow h = \frac{784(-0,40)^2}{2.(8,00).(9,80)} = 0,80\ m}$$

••31 Na Fig. 8-45 um bloco de massa m = 12 kg é liberado a partir do repouso em um plano inclinado de ângulo θ = 30°. Abaixo do bloco há uma mola que pode ser comprimida 2,0 cm por uma força de 270 N. O bloco pára momentaneamente após comprimir a mola 5,5 cm. (a) Que distância o bloco desce ao longo do plano da posição de repouso inicial até o ponto em que pára momentaneamente? (b) Qual é a velocidade do bloco no momento em que entra em contato com a mola?

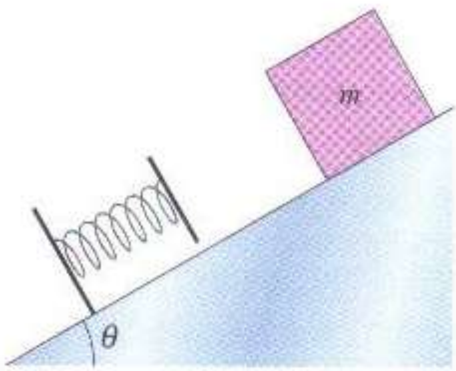


FIG. 8-45
Problemas 31 e 37.

a)

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$U_{gi} + U_{Si} + K_i = U_{gf} + U_{Sf} + K_f$$

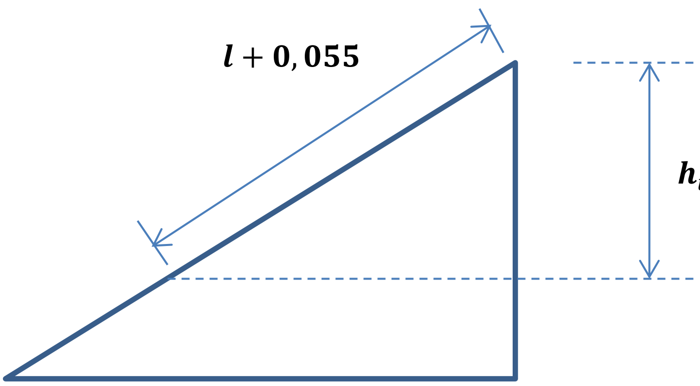
$$m.g.h_i + 0 + 0 = 0 + \frac{k{x_f}^2}{2} + 0$$

mas $F_s = -kx$

$$m.g.h_i = \frac{(-\frac{F_S}{x}){x_f}^2}{2}$$

$$(12).(9,8).h_i = \frac{(-\frac{270}{-0,02})(-0,055)^2}{2}$$

$$h_i = 0,174\ m$$



$$sen30^0 = \frac{0,174}{l + 0,055} \rightarrow l = 0,29\ m$$

Assim até a parada do bloco ter-se-á l+x = 0,055 + 0,29 = 0,35 m

b)

$$U_{gi} + K_i = U_{gf} + K_f$$
$$mgh_i + 0 = 0 + \frac{mv^2{}_f}{2}$$
$$v_f = \sqrt{2.9,80.0,15} = 1,7\ m/s$$

••45 Uma corda é usada para puxar um bloco de 3,57 kg com velocidade constante, por 4,06 m, em um piso horizontal. A força que a corda exerce sobre o bloco é 7,68 N, 15,0° acima da horizontal. Quais são (a) o trabalho realizado pela força da corda, (b) o aumento na energia térmica do sistema bloco-piso e (c) o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso?

a) **O trabalho é dado por:**

$$W = \vec{F}.\vec{d} = F.d.cos\theta = (7,68).(4,06).cos15^0 = 30,1\ J$$

b) **O aumento da energia térmica devida ao atrito, devera corresponder ao trabalho realizado no percurso.**

$$W = \Delta E_{térmico} = \vec{F}.\vec{d} = F.d.cos\theta = (7,68).(4,06).cos15^0 = 30,1\ J$$

c) **Considerando somente o movimento no eixo horizontal, tem-se:**

$$Fcos\theta - \mu_K F_N = 0 \rightarrow \mu_K = \frac{Fcos\theta}{F_N}$$

Do eixo y tem-se que

$$Fsen\theta - mg + F_N = 0 \rightarrow F_N = -Fsen\theta + mg$$

Assim:

$$\mu_K = \frac{Fcos\theta}{F_N} = \frac{Fcos\theta}{-Fsen\theta + mg} = \frac{7,68cos15,0^0}{-3,57.9,80 + 7,68.sen15,0^0} = 0,225$$

••53 Na Fig. 8-53 um bloco desliza ao longo de uma pista, de um nível para outro mais elevado, passando por um vale intermediário. A pista não possui atrito até o bloco atingir o nível mais alto, onde uma força de atrito pára o bloco em uma distância d. A velocidade inicial v_0 do bloco é de 6,0 m/s, a diferença de altura h é 1,1 m e μ_k é 0,60. Determine d.

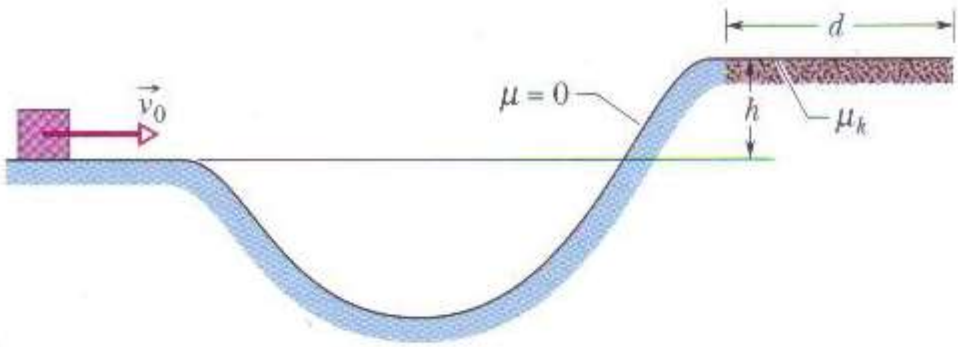


FIG. 8-53 Problema 53.

Pelo princípio da conservação da energia mecânica tem-se:

$$\Delta E_{mec} + \Delta E = 0$$

$$U_{gi} + K_i = U_{gf} + K_f + \Delta E$$

$$\Delta E = f_K . d = mgd\mu_K$$

$$U_{gi} + K_i = U_{gf} + K_f + mgd\mu_K$$

$$mg(h_f - h_i) + \frac{mv_i^2}{2} = K_f + mgd\mu_K$$

$$\frac{mg(h_f - h_i) + \frac{mv_i^2}{2} - K_f}{mg\mu_K} = d$$

$$d = \frac{m(9,80)(-1,1) + \frac{m(6,0)^2}{2} - 0}{m(9,80).(0,60)}$$

$$d = 1,2\ m$$

••59 Na Fig. 8-55 um bloco de massa m = 2,5 kg desliza de encontro a uma mola de constante elástica k = 320 N/m. O bloco pára após comprimir a mola 7,5 cm. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso é 0,25. Enquanto o bloco está em contato com a mola e sendo levado ao repouso, determine (a) o trabalho realizado pela mola e (b) o aumento da energia térmica do sistema bloco-piso. (c) Qual é a velocidade do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola?

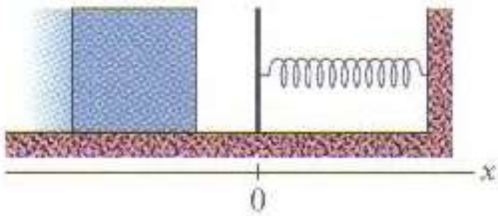


FIG. 8-55 Problema 59.

a) **Como a mola foi comprimida x = 0,075 m o trabalho realizado pela mola pode ser obtido por:**

$$W_S = -\frac{kx^{\ 2}}{2} = \frac{(320).(0,075)^2}{2} = -0,90\,J$$

b) **O aumento da energia térmica é dado pelo trabalho realizado pela força de atrito. Assim:**

$$\Delta E = f_K.d = mgd\mu_K$$

$$\Delta E = (0,25).(2,5).(9m8).(0,075) = 0,46\,J$$

c) **Neste caso pelo princípio da conservação da energia tem-se:**

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{termica} = 0$$

Na letra a) obteve-se o trabalho realizado pela força elástica e sabe-se que $W = -\Delta U$. Assim:

$$K_f - K_i + \Delta U + \Delta E_{termica} = 0$$

$$0 - \frac{(2,5)v_i^{\ 2}}{2} + 0,90 + 0,46 = 0$$

$$v_i = \sqrt{1,088} = 1,04 = 1\,m/s$$

83 Uma mola (k = 200 N/m) está presa no alto de um plano inclinado sem atrito com $\theta = 40°$ (Fig. 8-65). Um bloco de 1,0 kg é lançado para cima ao longo do plano, de uma posição inicial que está a uma distância d = 0,60 m da extremidade da mola relaxada, com uma energia cinética inicial de 16 J. (a) Qual é a energia cinética do bloco no instante em que comprime a mola 0,20 m? (b) Com que energia cinética o bloco deve ser lançado ao longo do plano para que fique momentaneamente parado depois de ter comprimido a mola 0,40 m?

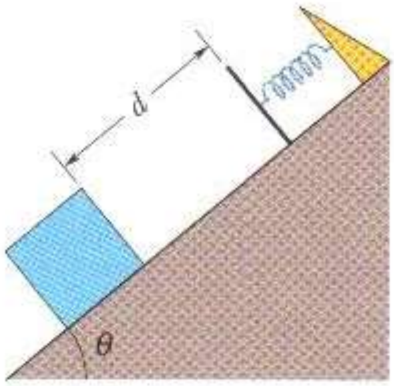


FIG. 8-65 Problema 83.

a) **Pelo princípio da conservação da energia tem-se:**

$$U_{Si} + U_{gi} + K_i = U_{Sf} + U_{gf} + K_f$$

Substituindo os valores dados no enunciado do problema e lembrando que a altura vertical para cálculo da energia potencial gravitacional é dada por $h = (0,60 + 0,20) sen 40^0$

$$U_{Si} + U_{gi} + K_i = \frac{1}{2} kx^2 + mgh + K_f$$

$$0 + 0 + 16 = \frac{1}{2}(200).(0,20)^2 + (1,0).(9,80).[(0,80) sen\ 40^0] + K_f$$

$$K_f = 7,0\, J$$

b)

$$U_{Si} + U_{gi} + K_i = \frac{1}{2} kx^2 + mgh + K_f$$

lembrando que a altura vertical para cálculo da energia potencial gravitacional é dada por $h = (0,60 + 0,40) sen 40^0$

$$0 + 0 + K_i = \frac{1}{2}(200).(0,40)^2 + (1,0).(9,8).(0,60 + 0,40) sen 40^0 + 0$$

$$K_i = 22,3\, J = 22\, J$$

97 Um projétil de 9,40 kg é lançado verticalmente para cima. O arrasto do ar diminui a energia mecânica do sistema projétil-Terra de 68,0 kJ durante a subida do projétil. Que altura a mais o projétil teria alcançado se o arrasto do ar fosse desprezível?

Neste problema deve-se considerar a perda de energia potencial gravitacional deve-se ao arrasto somente, ou seja:

$$\boldsymbol{U = \Delta E}$$

$$\boldsymbol{mgh = \Delta E}$$

$$\boldsymbol{h = \frac{\Delta E}{mg} = \frac{68000}{(9,40).(9,80)} = 738\, m}$$

107 Um bloco de 20 kg sobre uma superfície horizontal está preso a uma mola horizontal de constante elástica k = 4,0 kN/m. O bloco é puxado para a direita até a mola ficar distendida 10 cm em relação ao comprimento no estado relaxado, e depois liberado a partir do repouso. A força de atrito entre o bloco em movimento e a superfície tem um módulo de 80 N. (a) Qual é a energia cinética do bloco após ter-se movido 2,0 cm em relação ao ponto em que foi liberado? (b) Qual é a energia cinética do bloco quando volta pela primeira vez ao ponto no qual a mola está relaxada? (c) Qual é a máxima energia cinética atingida pelo bloco enquanto desliza do ponto em que foi liberado até o ponto em que a mola está relaxada?

a) **Pelo princípio da conservação da energia tem-se:**

$$\boldsymbol{U_{Si} + U_{gi} + K_i = U_{Sf} + U_{gf} + K_f + \Delta E}$$

$$\boldsymbol{\frac{(4000).(0,1)^2}{2} + 0 + 0 = 0 + \frac{(4000).(0,08)^2}{2} + K_f + 80.(0,02)}$$

$$\boldsymbol{20,0 + 0 + 0 = 0 + 12,8 + K_f + 1,60 \rightarrow K_f = 5,6\, J}$$

b) **Nesse caso ter-se-á a deformação da mola sendo 0,10 m. Assim, aplicando-se a mesma equação da letra a) tem-se:**

$$\boldsymbol{U_{Si} + U_{gi} + K_i = U_{Sf} + U_{gf} + K_f + \Delta E}$$

$$\boldsymbol{\frac{(4000).(0,1)^2}{2} + 0 + 0 = 0 + \frac{(4000).(0,0)^2}{2} + K_f + 80.(0,1)}$$

$$\boldsymbol{20 + 0 + 0 = 0 + 0 + K_f + 8,0 \rightarrow K_f = 12\, J}$$

c) **Para se determinar a energia cinética máxima deve-se obter a função que fornece a energia cinética em função da posição. Assim, partindo da equação da conservação da energia mecânica vem:**

$$U_{Si}+U_{gi}+K_i=U_{Sf}+U_{gf}+K_f+\Delta E$$

$$\frac{k.(d_0-d)^2}{2}+K_i+0=0+\frac{k.{d_0}^2}{2}+0-f_k d$$

$$\frac{k.(d_0-d)^2}{2}+K_i=\frac{k.{d_0}^2}{2}-f_k d$$

$$\frac{k.({d_0}^2-2.d_0.d+d^2)}{2}+K_i=\frac{k.{d_0}^2}{2}-f_k d$$

$$\frac{k.{d_0}^2}{2}-k.d_0.d+\frac{k.d^2}{2}+K_i=\frac{k.{d_0}^2}{2}-f_k d$$

$$\frac{k.d^2}{2}-k.d_0.d+K_i=-f_k d$$

$$K_i=-\frac{k.d^2}{2}+k.d_0.d-f_k d$$

O valor máximo será dado pela derivada primeira igualada a zero. Assim:

$$\frac{dK}{dd}=0$$

$$\frac{d(-\frac{k.d^2}{2}+k.d_0.d-f_k d)}{dd}=0$$

$$-kd+k.d_0-f_k=0$$

Substituindo os valores dados determina-se o valor de d para o qual a energia cinética é máxima, lembrando que d_0 = 0,10 m:

$$-4000d+4000.(0,1)\quad-80=0\rightarrow d=0,08\,m$$

Com o valor obtido na equação da energia cinética máxima obtida vem:

$$K_i=-\frac{k.d^2}{2}+k.d_0.d-f_k d$$

$$K_i=-\frac{4000.(0,08)^2}{2}+4000.(0,1).(0,08)\quad-80.0,08=12,8\,J=13\,J$$

134 Uma força conservativa $F(x)$ age sobre uma partícula que se move ao longo de um eixo x. A Fig. 8-74 mostra como a energia potencial $U(x)$ associada à força $F(x)$ varia com a posição da partícula. (a) Plote $F(x)$ no intervalo $0 < x < 6$ m. (b) A energia mecânica E do sistema é de 4,0 J. Plote a energia cinética $K(x)$ da partícula diretamente na Fig. 8-74.

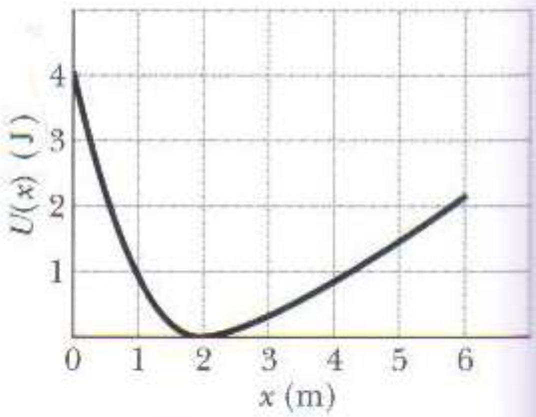


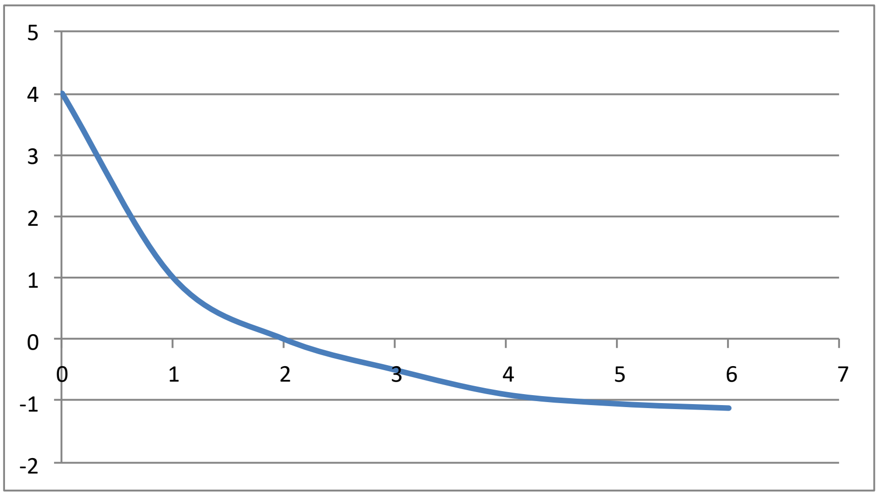
FIG. 8-74 Problema 134.

a) **É sabido que a relação entre a energia potencial, para forças conservativas está relacionada à força pela expressão:**

$$\boldsymbol{F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}}$$

Assim usando os valores do gráfico dada tem-se:
U(0) = 4 , U(1) =1, U(2) = 0 , U(4) = 1 U(5) = 1,5, e U(6) = 2

Como a força é a derivada da energia potencial, observa-se entre 0 m e 2 m que a derivada primeira é negativa, pois a função decresce neste intervalo, assim com boa aproximação os valores de F serão os mesmos valor de U , pois a derivada é negativa e a função ($F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$) é negativa. Assim:
F(0) = 4 ,F(1) =1, F(2) = 0
No intervalo de 2m a 6 m verifica-se que a função passa a ser crescente, ou seja, sua derivada será positiva, como também demonstra uma certa linearidade, mostrando que a derivado deve ser aproximadamente constante. Assim:
F(4) = -1 F(5) = -1,5, e F(6) =-2



b) Para o gráfico da energia cinética, sabe-se que:

$$E_{mec} = K(x) + U(x)$$

Como a energia mecânica é 4 J e usando os valores da energia potencial obtidos da letra a, tem-se:

$$K(x) = 4 - U(x)$$

U(0) = 4, K(0) = 4 - 4 = 0
U(1) =1, K(1) = 4 – 1 = 3
U(2) = 0 , K(2) = 4 - 0 = 4
U(4) = 1 , K(4) = 4 -1 = 3
U(5) = 1,5, K(5) = 4 -1,5 = 2,5
U(6) = 2, K(6) = 4 - 2 = 2