GABARITO LISTA 2 DE FÍSICA I

•2 Expresse os seguintes ângulos em radianos: (a) 20,0°; (b) 50,0°; (c) 100°. Converta os seguintes ângulos para graus: (d) 0,330 rad; (e) 2,10 rad; (f) 7,70 rad.

a)

$$\mathbf{20,0^0 = (20,0^0).\left(\frac{2\pi\, rad}{360^0}\right) = 0,349\, rad}$$

b)

$$\mathbf{50,0^0 = (50,0^0).\left(\frac{2\pi\, rad}{360^0}\right) = 0,873\, rad}$$

c)

$$\mathbf{100^0 = (100^0).\left(\frac{2\pi\, rad}{360^0}\right) = 1,75\, rad}$$

d)

$$\mathbf{0,330\, rad = (0,330\, rad).\left(\frac{360^0}{2\pi\, rad}\right) = 18,9\,^0}$$

e)

$$\mathbf{2,10\, rad = (2,10\, rad).\left(\frac{360^0}{2\pi\, rad}\right) = 120\,^0}$$

f)

$$\mathbf{7,70\, rad = (7,70\, rad).\left(\frac{360^0}{2\pi\, rad}\right) = 441\,^0}$$

•4 Na Fig. 3-28, uma máquina pesada é erguida com o auxílio de uma rampa que faz um ângulo $\theta = 20{,}0°$ com a horizontal, na qual a máquina percorre uma distância $d = 12{,}5$ m. (a) De quanto a máquina foi erguida verticalmente? (b) Qual é a distância vertical percorrida pela máxima? (c) Qual é a distância horizontal?

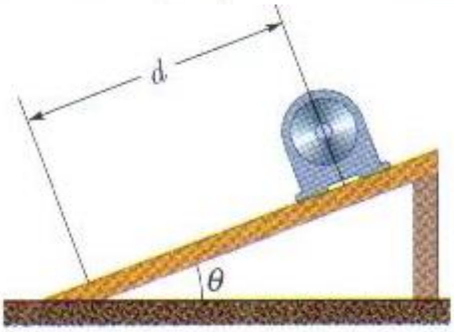


FIG. 3-28 Problema 4.

a) **A altura será** $\boldsymbol{h = dsen\theta}$

$$\boldsymbol{h_V = 12,5sen20^0 = 4,28\ m}$$

c) **A distância horizontal será** $\boldsymbol{h_h = dcos\theta}$

$$\boldsymbol{h_h = 12,5.cos20^0 = 11,7\ m}$$

Obs: A letra b da questão apresenta algum erro na tradução assim não será resolvida.

•5 O objetivo de um navio é chegar a um porto situado 120 km ao norte do ponto de partida, mas uma tempestade inesperada o leva para um local situado 100 km a leste do ponto de partida. (a) Que distância o navio deve percorrer e (b) que rumo deve tomar para chegar ao destino?

Incialmente deve-se escrever os vetores deslocamento do navio em termos dos versores $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$. O vetor deslocamento original seria:

$$\vec{d} = (120\ km)\hat{\jmath}$$ **pois estaria originalmente indo em direção ao norte**

Em função da tempestade ele foi deslocado 100 km a leste. Assim este vetor deslocamento será:

$$\overrightarrow{d_{tempestade}} = (100\ km)\hat{\imath}$$

a) **Assim o vetor deslocamento real do navio para chegar ao destino original será:**

$$\overrightarrow{d_{novo}} = \vec{d} - \overrightarrow{d_{tempestade}}$$

$$\overrightarrow{d_{novo}} = -(100\ km)\hat{\imath} + (120\ km)\hat{\jmath}$$

Cujo módulo será:

$$d = \sqrt{(-100)^2 + (120)^2} = 156,20 = 156\ km$$

b) **O rumo será dado pelo ângulo formado pelas componentes do vetor deslocamento novo, ou seja:**

$\theta = arctg\frac{120}{-100} = -50,194^0 = -50,2^0$ **ou 129,8**^{0}

•6 Um vetor deslocamento $\vec{r}$ no plano xy tem 15 m de comprimento e faz um ângulo $\theta = 30°$ com o semi-eixo x positivo, como mostra a Fig. 3-29. Determine (a) a componente x e (b) a componente y do vetor.

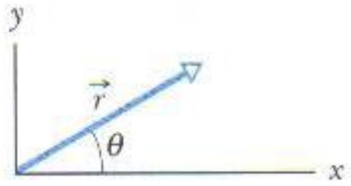


FIG. 3-29 Problema 6.

a) **A componente x do vetor $\underset{r}{\rightarrow}$ é dada por:**

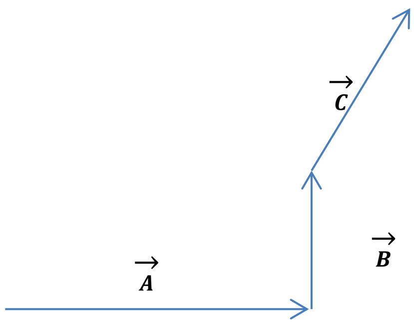
$$r_x = rcos\theta = (15)cos\ 30^0 = 13\ m$$

b) **A componente y do vetor $\underset{r}{\rightarrow}$ é dada por:**

$$r_y = rsen\theta = (15)sen\ 30^0 = 7,5\ m$$

•8 Um carro viaja 50 km para leste, 30 km para o norte e 25 km em uma direção 30° a leste do norte. Desenhe o diagrama vetorial e determine (a) o módulo e (b) o ângulo do deslocamento total do carro em relação ao ponto de partida.

) Chamando de $\vec{r}$ o vetor deslocamento dado pela soma vetorial $\vec{r} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ vem:



Representando os vetores em componentes na base canônica, tem-se

$$\vec{A} = (50\ km)\hat{\imath}$$

$$\vec{B} = (30\ km)\hat{\jmath}$$

Escrevendo o vetor $\vec{C}$ em suas componentes:

$$\vec{C} = (25\ km)cos(\ 60^0)\ \hat{\imath} + (25\ km)sen(\ 60^0)\hat{\jmath}$$
$$\vec{C} = (12,5\ km)\ \hat{\imath} + (21,7\ km)\hat{\jmath}$$

a) O vetor soma será

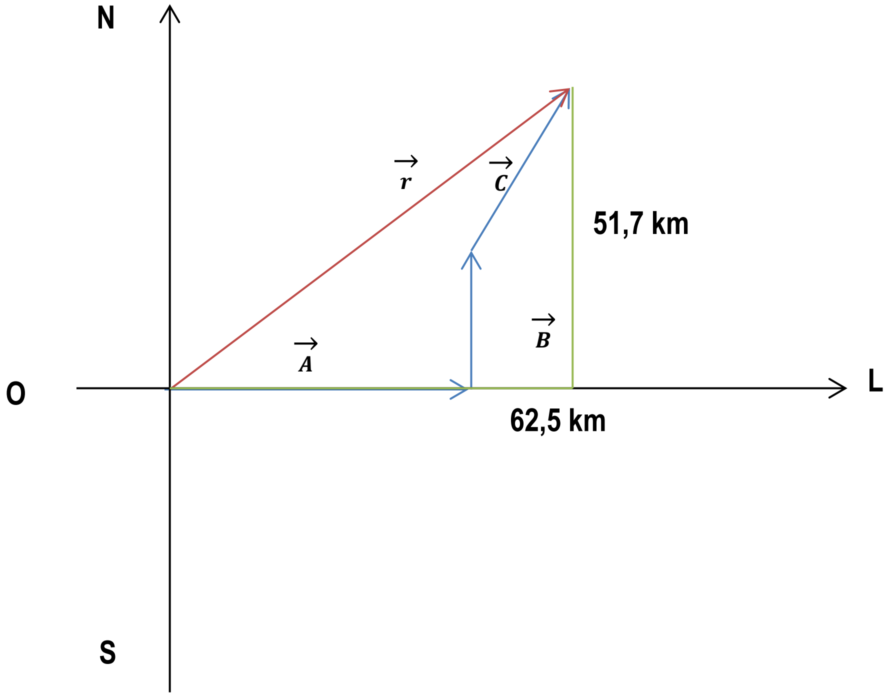
$$\vec{r} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

$$\vec{r} = (50\ km)\hat{\imath} + (30\ km)\hat{\jmath} + (12,5\ km)\ \hat{\imath} + (21,7\ km)\hat{\jmath}$$
$$\vec{r} = (62,5\ km)\hat{\imath} + (51,7\ km)\hat{\jmath}$$

Que terá módulo:

$$\left|\vec{r}\right| = r\sqrt{(62,5\ km)^2 + (51,7\ km)^2} = 81\ km$$

b)



$$\theta = arc\ tg\frac{51,7}{62,5} = 40^0$$

40^0 com o leste

•9 (a) Determine a soma $\vec{a} + \vec{b}$, em termos de vetores unitários, para $\vec{a} = (4{,}0\text{ m})\hat{i} + (3{,}0\text{ m})\hat{j}$ e $\vec{b} = (-13{,}0\text{ m})\hat{i} + (7{,}0\text{ m})\hat{j}$. Determine (b) o módulo e (c) o sentido de $\vec{a} + \vec{b}$.

a)

$$\vec{a} + \vec{b} = (4{,}0\,m + (-13{,}0\,m))\hat{\imath} + (3{,}0\,m + 7{,}0\,m)\hat{\jmath}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (-9{,}0\,m)\hat{\imath} + (10{,}0\,m)\hat{\jmath}$$

b) O módulo será:

$$\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \sqrt{(-9{,}0\,m)^2 + (10{,}0\,m)^2} = \sqrt{181\,m^2} = 13{,}5\,m$$

c) O sentido será dado pelo ângulo em relação ao eixo x. Assim:

$$\theta = arc\,tg\,\frac{10{,}0}{-9{,}0} = -48^0\ ou\ 132^0$$

•13 Dois vetores são dados por

$$\vec{a} = (4{,}0\text{ m})\hat{i} - (3{,}0\text{ m})\hat{j} + (1{,}0\text{ m})\hat{k}$$

e

$$\vec{b} = (-1{,}0\text{ m})\hat{i} + (1{,}0\text{ m})\hat{j} + (4{,}0\text{ m})\hat{k}.$$

Em termos de vetores unitários, determine (a) $\vec{a} + \vec{b}$, (b) $\vec{a} - \vec{b}$ e (c) um terceiro vetor, $\vec{c}$, tal que $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$.

a)

$$\vec{a} + \vec{b} = \big((4{,}0\,m) + (-1{,}0\,m)\big)\hat{\imath} + \big((-3{,}0\,m) + (1{,}0\,m)\big)\hat{\jmath} + \big((1{,}0\,m) + (4{,}0\,m)\big)\hat{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (3{,}0\,m)\hat{\imath} + \big((-2{,}0\,m)\big)\hat{\jmath} + (5{,}0\,m))\hat{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (3{,}0\,m)\hat{\imath} - (2{,}0\,m)\hat{\jmath} + (5{,}0\,m))\hat{k}$$

ou

$$\vec{a} + \vec{b} = \big(3{,}0\,\hat{\imath} - 2{,}0\,\hat{\jmath} + 5{,}0\hat{k}\big)m$$

b)

$$\vec{a} - \vec{b} = \big((4{,}0\,m) - (-1{,}0\,m)\big)\hat{\imath} + \big((-3{,}0\,m) - (1{,}0\,m)\big)\hat{\jmath} + \big((1{,}0\,m) - (4{,}0\,m)\big)\hat{k}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (5{,}0\,m)\hat{\imath} + (-4{,}0\,m)\hat{\jmath} + (-3{,}0\,m)\hat{k}$$

Ou

$$\vec{a} - \vec{b} = \big(-5{,}0\,\hat{\imath} - 4{,}0\hat{\jmath} - 3{,}0\,\hat{k}\big)m$$

c) Definindo um vetor $\underset{c}{\rightarrow}$ como $\underset{c}{\rightarrow} = a\hat{\imath} + b\hat{\jmath} + c\hat{k}$ vem:

$$\underset{a}{\rightarrow} - \underset{b}{\rightarrow} + \underset{c}{\rightarrow} = \underset{0}{\rightarrow}$$

$$(4,0\ m)\hat{\imath} - (3,0m)\hat{\jmath} + (1,0\ m)\hat{k} - (-1,0\ m)\hat{\imath} - (1,0m)\hat{\jmath} - (4,0\ m)\hat{k} + a\hat{\imath} + b\hat{\jmath} + c\hat{k} = 0\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 0\hat{k}$$

$$\begin{cases} (4,0\ m)\hat{\imath} + (+1,0\ m)\hat{\imath} + a\hat{\imath} = 0\hat{\imath} \rightarrow a = (-5,0\ m) \\ (-3,0\ m)\hat{\jmath} + (-1,0\ m)\hat{\jmath} + b\hat{\jmath} = 0\hat{\jmath} \rightarrow b = (4,0\ m) \\ (1,0\ m)\hat{k} + (-4,0\ m)\hat{k} + c\hat{k} = 0\hat{k} \rightarrow c = (3,0\ m) \end{cases}$$

Assim o vetor procurado será:

$$\underset{c}{\rightarrow} = (-5,0\ m)\hat{\imath} + (4,0\ m)\hat{\jmath} + (3,0\ m)\hat{k}$$

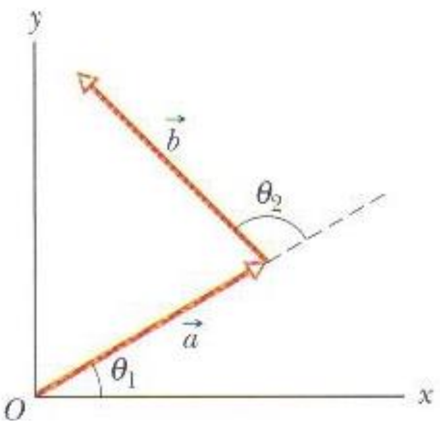
Ou

$$\underset{c}{\rightarrow} = \left(-5,0\ \hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath} + 3,0\ \hat{k}\right)m$$

•14 Determine as componentes (a) x, (b) y e (c) z da soma $\vec{r}$ dos deslocamentos $\vec{c}$ e $\vec{d}$ cujas componentes em metros ao longo dos três eixos são $c_x = 7{,}4$, $c_y = -3{,}8$, $c_z = -6{,}1$, $d_x = 4{,}4$, $d_y = -2{,}0$, $d_z = 3{,}3$.

$$r_x = c_x + d_x = 7,4 + 4,4 = 11,8$$
$$r_y = c_y + d_y = -3,8 + (-2,0) = -5,8$$
$$r_z = c_z + d_z = -6,1 + 3,3 = -2,8$$

•17 Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ na Fig. 3-30 têm módulos iguais a 10,0 m e os ângulos são $\theta_1 = 30°$ e $\theta_2 = 105°$. Determine as componentes (a) x e (b) y da soma vetorial $\vec{r}$ dos dois vetores, (c) o módulo de $\vec{r}$ e (d) o ângulo que $\vec{r}$ faz com o semi-eixo x positivo.



Inicialmente deve-se determinar o vetor resultante. Um caminho , consiste em determinar-se as componentes ortogonais dos vetores dados. Assim:

$$a_x = acos\theta_1 = (10,0\ m).cos\ (30^0) = 8,67\ m$$
$$b_x = acos\theta'_2 = (10,0\ m).cos\ (45^0) = 7,07\ m$$
$$a_y = asen\theta_1 = (10,0\ m).sen\ (30^0) = 5,00\ m$$
$$b_y = asen\theta'_2 = (10,0\ m).sen\ (45^0) = 7,07\ m$$

Assim o vetor resultante será:

$$\vec{r} = (8,67\ m)\hat{\imath} - (7,07\ m)\hat{\imath} + (5,00\ m)\hat{\jmath} + (7,07\ m)\hat{\jmath} = (1,60\ m)\hat{\imath} + (12,1\ m)\hat{\jmath}$$

Cujo módulo será:

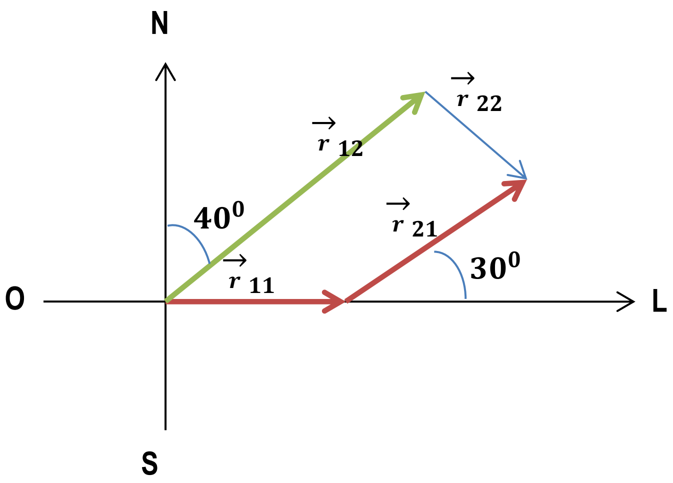
$$r = \sqrt{(1,60\ m)^2 + (12,1\ m)^2} = 12,2\ m$$

O ângulo entre o vetor resultante e a direção x positivo será:

$$\theta = arctg\left(\frac{12,1}{1,60}\right) = 82,5^0$$

••24 Dois besouros correm em um deserto plano, partindo do mesmo ponto. O besouro 1 corre 0,50 m para leste e 0,80 m em uma direção 30° ao norte do leste. O besouro 2 corre 1,6 m em uma direção 40° ao leste do norte e depois corre em outra direção. Quais devem ser (a) o módulo e (b) o sentido da segunda corrida do segundo besouro para que ele termine na mesma posição final que o primeiro besouro?

Observe que se os dois besouros saem do mesmo ponto e o besouro 2 deve chegar ao mesmo ponto final do besouro 1 a soma de seus deslocamentos vetoriais deverá ser o mesmo, ou seja, iguais. Assim:



$$\overrightarrow{r_{11}} + \overrightarrow{r_{12}} = \overrightarrow{r_{21}} + \overrightarrow{r_{22}}$$
$$\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{r_2}$$

Deve-se obter as componentes dos deslocamentos a 30^0 e 40^0.

$$\overrightarrow{r_{21x}} = (r_{21}cos30^0)\hat{\imath} = (0,80cos30^0)\hat{\imath} = (0,69\ m)\hat{\imath}$$
$$\overrightarrow{r_{21y}} = (r_{21}sen30^0)\hat{\jmath} = (0,80sen30^0)\hat{\jmath} = (0,40\ m)\hat{\jmath}$$

Assim o vetor deslocamento do besouro 1 sera:

$$\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{r_{11}} + \overrightarrow{r_{12}} = (0,50\ m)\hat{\imath} + (0,69\ m)\hat{\imath} + (0,40\ m)\hat{\jmath} = (1,19\ m)\hat{\imath} + (0,40\ m)\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{12x}} = (r_{12}cos40^0)\hat{\imath} = (1,6cos40^0)\hat{\imath} = (1,03\ m)\hat{\imath}$$

$$\overrightarrow{r_{12y}} = (r_{12}sen40^0)\hat{\jmath} = (1,6sen40^0)\hat{\jmath} = (1,23\ m)\hat{\jmath}$$

Assim o vetor deslocamento do besouro 2 sera:

$$\overrightarrow{r_2} = \overrightarrow{r_{21}} + \overrightarrow{r_{22}} = (1,03\ m)\hat{\imath} + (x\ m)\hat{\imath} + (1,23\ m)\hat{\jmath} + (y\ m)\hat{\jmath}$$
$$= ((1,03 + x)\ m)\hat{\imath} + ((1,23 + y)\ m)\hat{\jmath}$$

Como

$$\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{r_2}$$

$$(1,19\ m)\hat{\imath} + (0,40\ m)\hat{\jmath} = ((1,03 + x)\ m)\hat{\imath} + ((1,23 + y)\ m)\hat{\jmath}$$

Donde vem que:

$$(1,19\ m)\hat{\imath} = ((1,03 + x)\ m)\hat{\imath} \rightarrow x = 1,19 - 1,03 = 0,16\ m$$

$$(0,40\ m)\hat{\jmath} = \big((1,23 + y)m\big)\hat{\jmath} \rightarrow y = -1,23 + 0,40 = -0,83\ m$$

Assim o segundo deslocamento do besouro 2 será:

$$\overrightarrow{r_{22}} = (0,16\ m)\hat{\imath} + (-0,83\ m)\hat{\jmath}$$

O módulo será

$$|\overrightarrow{r_{22}}| = r_{22} = \sqrt{(0,16\ m)^2 + (-0,83\ m)^2} = 0,84\ m$$

b)

$\theta = arc\ tg \frac{-0,83}{0,16} = -79^0$**de sul para leste ou 11⁰ de leste para o sul**

••25 Se $\vec{B}$ é somado a $\vec{C} = 3,0\hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath}$, o resultado é um vetor no sentido do semi-eixo y positivo, com um módulo igual ao de $\vec{C}$. Qual é o módulo de $\vec{B}$?

Considerando o vetor $\vec{C}$ com origem no sistema cartesiano, para que o vetor resultante esteja com sentido sobre o eixo y positivo ele será dado por $\vec{R} = r_y\hat{\jmath}$. O vetor $\vec{B}$ que possui mesmo módulo do vetor $\vec{C}$ deverá fechar um triângulo isósceles, onde $\vec{B}$ será a base. Supondo que o vetor $\vec{B}$ seja $\vec{B} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath}$ e que o vetor $\vec{R} = r_y\hat{\jmath}$, tem-se:

$$\vec{C} + \vec{B} = \vec{R}$$

Mas o módulo de $\vec{C}$ é igual ao módulo de $\vec{R}$, assim:

$$|\vec{R}| = \sqrt{(3,0)^2 + (4,0)^2} = 5$$

Assim o vetor $\vec{R} = r_y\hat{\jmath}$, será:

$$\vec{R} = 5\hat{j}$$

Mas

$$\vec{C} + \vec{B} = \vec{R}$$

assim

$$3,0\,\hat{\imath} + 4,0\,\hat{j} + \vec{B} = 5\hat{j}$$

$$\vec{B} = -3,0\,\hat{\imath} + \hat{j}$$

Portanto o módulo do vetor $\vec{B}$ será:

$$|\vec{B}| = \sqrt{(-3,0)^2 + (1,0)^2} = 3,16 = 3,2$$

••26 O vetor $\vec{A}$, paralelo ao eixo x, deve ser somado ao vetor $\vec{B}$, que tem um módulo de 7,0 m. A soma é um vetor paralelo ao eixo y, com um módulo 3 vezes maior que o de $\vec{A}$. Qual é o módulo de $\vec{A}$?

É dado no enunciado que:

$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$|\vec{B}| = 7,0\ m$$

$$|\vec{S}| = 3.\,|\vec{A}|$$

Como o vetor A é paralelo ao eixo x tem-se:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath}$$

O vetor soma S é totalmente paralelo ao eixo y. Assim

$$\vec{S} = S_y\hat{j} = 3.\,|\vec{A}|\hat{j}$$

Assim pode-se supor que o vetor B será:

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{j}$$

Assim o vetor soma será:

$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} = A_x\hat{\imath} + B_x\hat{\imath} + B_y\hat{j} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + B_y\hat{j} = S_y\hat{j}$$

Igualando-se nesta última equação os termos dos versores tira-se que:

$$A_x + B_x = 0 \rightarrow B_x = -A_x = |\vec{A}|$$

e

$$B_y = S_y = 3.\,|\vec{A}|$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{|B_x|^2 + |B_y|^2} \rightarrow |\vec{B}|^2 = |B_x|^2 + |B_y|^2$$

De acordo com as informações anteriores vem que:

$$7^2 = (-A_x)^2 + (-3.A_x)^2$$

$$49 = A_x^2 + 9A_x^2 \rightarrow A_x = \sqrt{4,9} = 2,21\ m = 2,2\ m$$

Como o vetor A somente tem componente paralela ao eixo x 2,2 m será o seu módulo

••29 Se $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$, $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$ e $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$, determine em termos dos vetores unitários, (a) $\vec{d}_1$ e (b) $\vec{d}_2$.

É enunciado que:

$$\overrightarrow{d_1} + \overrightarrow{d_2} = 5\overrightarrow{d_3}$$
$$\overrightarrow{d_1} - \overrightarrow{d_2} = 3\overrightarrow{d_3}$$
$$\overrightarrow{d_3} = 2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$$

Assim pode-se obter o sistema de duas equações e duas variáveis:

$$\begin{cases} \overrightarrow{d_1} + \overrightarrow{d_2} = 10\hat{\imath} + 20\hat{\jmath} & (1) \\ \overrightarrow{d_1} - \overrightarrow{d_2} = 6\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} & (2) \end{cases}$$

Somando-se as equações (1) e (2) do sistema vem que:

$$2\overrightarrow{d_1} = 16\hat{\imath} + 32\hat{\jmath} \rightarrow \overrightarrow{d_1} = 8\hat{\imath} + 16\hat{\jmath}$$

Substituindo o vetor $\overrightarrow{d_1}$ na equação (1) do sistema vem $\overrightarrow{d_2}$:

$$8\hat{\imath} + 16\hat{\jmath} + \overrightarrow{d_2} = 10\hat{\imath} + 20\hat{\jmath} \rightarrow \overrightarrow{d_2} = 2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$$

••30 Determine a soma dos quatro vetores a seguir (a) em termos dos vetores unitários e em termos (b) do módulo e (c) do ângulo.

$$\vec{A} = (2{,}00\text{ m})\hat{\text{i}} + (3{,}00\text{ m})\hat{\text{j}} \qquad \vec{B}: 4{,}00\text{ m, a } +65{,}0^\circ$$
$$\vec{C} = (-4{,}00\text{ m})\hat{\text{i}} + (-6{,}00\text{ m})\hat{\text{j}} \qquad \vec{D}: 5{,}00\text{ m, a } -235^\circ$$

Inicialmente deve-se converter os vetores que estão em coordenadas polares para vetores em coordenadas de base canônica.

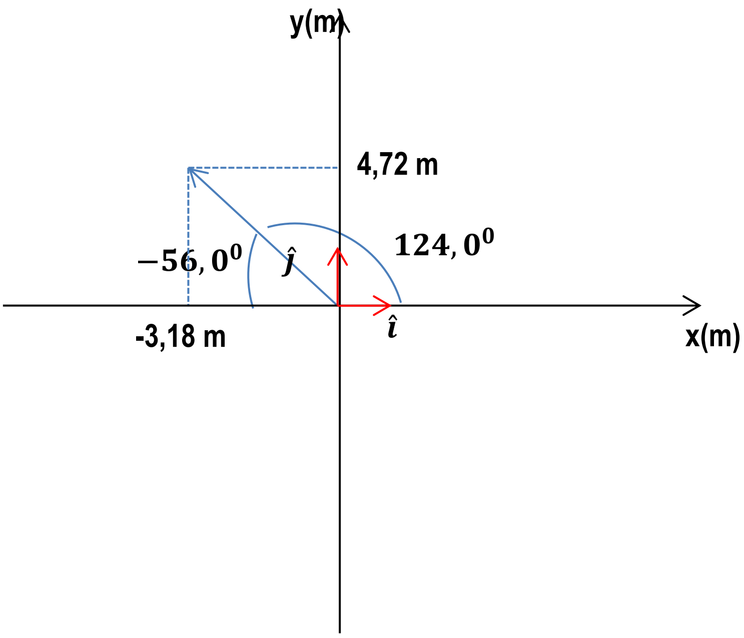
$$\vec{B} = (4,00cos65,0^0)m\,\hat{\imath} + (4,00sen65,0^0)m\,\hat{\jmath} = (1,69\,\hat{\imath} + 3,63\hat{\jmath})m$$

$$\vec{D} = (5,00cos(-235,0)^0)m\,\hat{\imath} + (5,00sen(-235,0^0))m\,\hat{\jmath} = (-2,87\,\hat{\imath} + 4,10)m$$

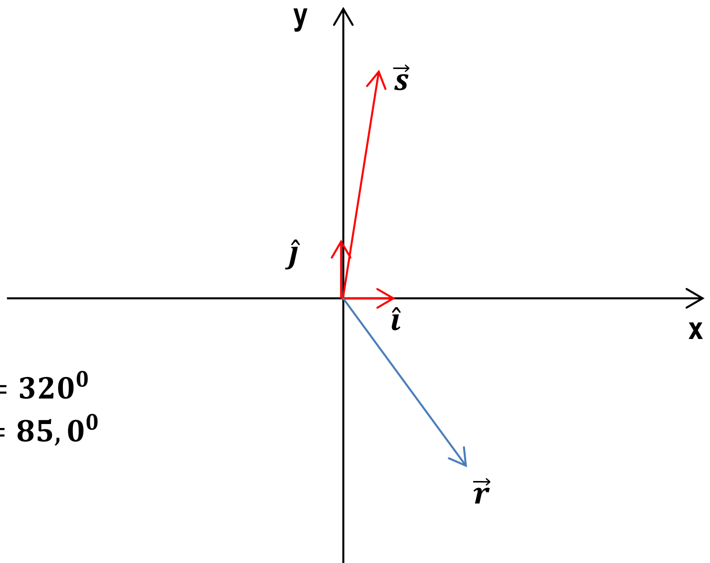
a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = (2,00\,\hat{\imath} + 3,00\hat{\jmath})m + (1,69\,\hat{\imath} + 3,63\hat{\jmath})m + (-4,00\hat{\imath} - 6,00\hat{\jmath})m + (-2,87\,\hat{\imath} + 4,10\hat{\jmath})m = (-3,18\,\hat{\imath} + 4,72\hat{\jmath})m$

b) $\left|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}\right| = \sqrt{(-3,18)^2 + (4,72)^2} = 5,69\ m$

c) $\theta = arctg\left(\frac{4,72}{-3,18}\right) = -56,0^0$



•33 Dois vetores, $\vec{r}$ e $\vec{s}$, estão no plano xy. Seus módulos são 4,50 unidades e 7,30 unidades, respectivamente, e eles estão orientados a 320° e 85,0°, respectivamente, no sentido anti-horário em relação ao semi-eixo x positivo. Quais são os valores de (a) $\vec{r} \cdot \vec{s}$ e (b) $\vec{r} \times \vec{s}$?



$$|\vec{r}| = 4,50\ u\ e\ \theta_{r_x} = 320^0$$
$$|\vec{s}| = 7,30\ u\ e\ \theta_{s_x} = 85,0^0$$

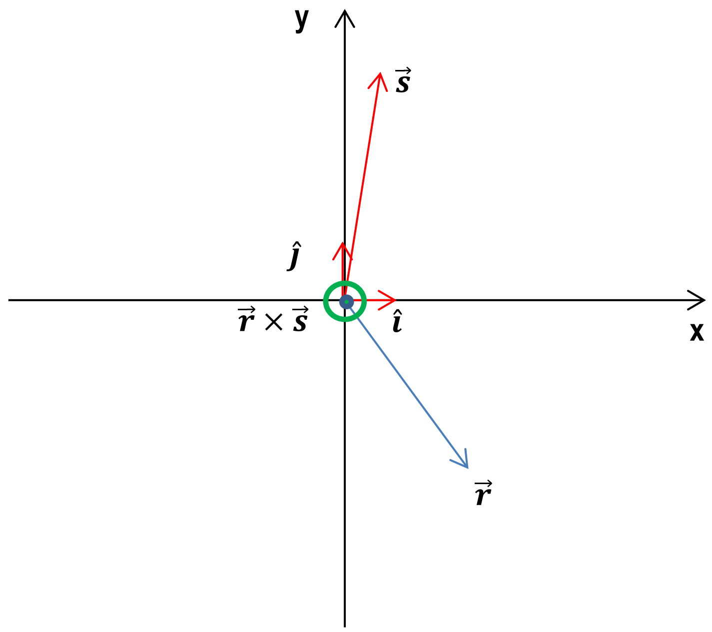
Inicialmente deve-se determinar as projeções ou componentes dos vetores r e s no eixo x e y. Assim:

$$|\vec{r_x}| = rcos\theta = 4,50cos320^0 = 3,45\ u$$
$$|\vec{r_y}| = rsen\theta = 4,50sen320^0 = -2,89\ u$$
$$\vec{r} = (3,45\hat{\imath} - 2,89\hat{\jmath})u$$
$$|\vec{s_x}| = scos\theta = 7,30cos85,0^0 = 0,64\ u$$
$$|\vec{s_y}| = ssen\theta = 7,30sen85,0^0 = 7,27\ u$$
$$\vec{s} = (0,64\hat{\imath} + 7,27\hat{\jmath})u$$

a) $\vec{r}.\vec{s} = (3,45\hat{\imath} - 2,89\hat{\jmath}).(0,64\hat{\imath} + 7,27\hat{\jmath}) = 2,21 - 21,0 = -18,8\ u$

b) $\vec{r} \times \vec{s} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3,45 & -2,89 & 0 \\ 0,64 & 7,27 & 0 \end{vmatrix} = 0\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 26,9\hat{k} = (26,9\widehat{k})\ u$

Observe que o produto vetorial entre os vetores r e s que se encontram no plano XOY é um vetor perpendicular a este plano



•35 Três vetores são dados por $\vec{a} = 3{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j} - 2{,}0\hat{k}$, $\vec{b} = -1{,}0\hat{i} - 4{,}0\hat{j} + 2{,}0\hat{k}$ e $\vec{c} = 2{,}0\hat{i} + 2{,}0\hat{j} + 1{,}0\hat{k}$. Determine (a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$, (b) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ e (c) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$.

a) $$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -1,0 & -4,0 & 2,0 \\ 2,0 & 2,0 & 1,0 \end{vmatrix} = -8,0\hat{\imath} + 5,0\hat{\jmath} + 6,0\hat{k}$$

$$\vec{a}.\left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \left(3,0\hat{\imath} + 3,0\hat{\jmath} - 2,0\hat{k}\right).\left(-8,0\hat{\imath} + 5,0\hat{\jmath} + 6,0\hat{k}\right)$$
$$= -24 + 15 - 12$$
$$\vec{a}.\left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = -21$$

b) $\vec{b} + \vec{c} = \left(-1,0\hat{\imath} - 4,0\hat{\jmath} + 2,0\hat{k}\right) + \left(2,0\hat{\imath} + 2,0\hat{\jmath} + 1,0\hat{k}\right) = \left(1,0\hat{\imath} - 2,0\hat{\jmath} + 3,0\hat{k}\right)$

$$\vec{a}.\left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \left(3,0\hat{\imath} + 3,0\hat{\jmath} - 2,0\hat{k}\right).\left(1,0\hat{\imath} - 2,0\hat{\jmath} + 3,0\hat{k}\right)$$
$$\vec{a}.\left(\vec{b} + \vec{c}\right) = 3,0 - 6,0 - 6,0 = -9,0$$

c) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3,0 & 3,0 & -2,0 \\ 1,0 & -2,0 & 3,0 \end{vmatrix} = 5,0\hat{\imath} - 11\hat{\jmath} - 9\hat{k}$

•36 Dois vetores são dados por $\vec{a} = 3{,}0\mathrm{i} + 5{,}0\mathrm{j}$ e $\vec{b} = 2{,}0\mathrm{i} + 4{,}0\mathrm{j}$. Determine (a) $\vec{a} \times \vec{b}$, (b) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (c) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ e (d) a componente de $\vec{a}$ em relação a $\vec{b}$. [*Sugestão:* Para resolver o item (d) considere a Eq. 3-20 e a Fig. 3-20.]

a) $a \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3,0 & 5,0 & 0 \\ 2,0 & 4,0 & 0 \end{vmatrix} = 2,0\hat{k}$

b) $\vec{a}.\vec{b} = (3,0\hat{\imath} + 5,0\hat{\jmath}).(2,0\hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath}) = 26$

c) $\overrightarrow{(a + \vec{b})}.\vec{b} = [(3,0\hat{\imath} + 5,0\hat{\jmath}) + (2,0\hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath})].[(2,0\hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath})]$

$$\overrightarrow{(a + \vec{b})}.\vec{b} = 26 + 20 = 46$$

d) **A componente do vetor a em relação ao vetor b trata-se da projeção do vetor a sobre o vetor b que é dada pelo produto escalar**

$$a_b = proj_{\vec{b}}^{\vec{a}} = \left(\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|.|\vec{b}|}\right)\vec{b}$$

$$a_b = proj_{\vec{b}}^{\vec{a}} = \left(\frac{(3,0,5,0).(2,0,4,0))}{(2,0,4,0).(2,0,4,0)}\right).(2,0,4,0) = \left(\frac{26}{20}\right).(2,0,4,0) = \left(\frac{26}{10},\frac{52}{10}\right)$$

$$a_b = \sqrt{\left(\frac{26}{10}\right)^2 + \left(\frac{52}{10}\right)^2} = 5,8$$

••38 O deslocamento $\vec{d}_1$ está no plano yz, faz um ângulo de 63,0° com o semi-eixo y positivo, tem uma componente z positiva e um módulo de 4,50 m. O deslocamento $\vec{d}_2$ está no plano xz, faz um ângulo de 30,0° com o semi-eixo x positivo, tem uma componente z positiva e um módulo de 1,40 m. Determine (a) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$; (b) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ e (c) o ângulo entre $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$.

Inicialmente deve-se determinar com base nos dados os vetores d_1 e d_2.

$$\overrightarrow{d_1} = [(4,50\ m)cos63,0^0]\hat{j} + [(4,50\ m)sen63,0^0]\hat{k} = (2,04\ m)\hat{j} + (4,01\ m)\hat{k}$$

$$\overrightarrow{d_2} = [(1,40\ m)cos30,0^0]\hat{i} + [(1,40\ m)sen30,0^0]\hat{k} = (1,21\ m)\hat{i} + (0,70\ m)\hat{k}$$

a)

$$\overrightarrow{d_1}.\overrightarrow{d_2} = \left[(2,04\ m)\hat{j} + (4,01\ m)\hat{k}\right].\left[(1,21\ m)\hat{i} + (0,70\ m)\hat{k}\right] = 2,81\ m^2$$

b)

$$\overrightarrow{d_1} \times \overrightarrow{d_2} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 2,04 & 4,01 \\ 1,21 & 0 & 0,70 \end{vmatrix} = 1,40\hat{i} + 4,86\hat{j} - 2,47\hat{k}$$

c)

$$\theta = arccos\left(\frac{\overrightarrow{d_1}.\overrightarrow{d_2}}{|\overrightarrow{d_1}|.|\overrightarrow{d_2}|}\right) = arccos\left(\frac{2,81\ m^2}{(4,50\ m).(1,40\ m)}\right) = 63,5^0$$

••40 Determine $3\vec{C} \cdot (2\vec{A} \times \vec{B})$ para os três vetores a seguir.

$$\vec{A} = 2{,}00\hat{i} + 3{,}00\hat{j} - 4{,}00\hat{k}$$

$$\vec{B} = -3{,}00\hat{i} + 4{,}00\hat{j} + 2{,}00\hat{k} \qquad \vec{C} = 7{,}00\hat{i} - 8{,}00\hat{j}$$

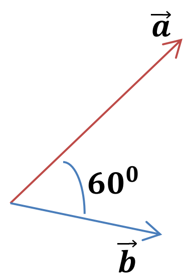
$$3\vec{C} = 21{,}0\hat{\imath} - 24{,}0\hat{\jmath}$$

$$2\vec{A} = 4{,}00\hat{\imath} + 6{,}00\hat{\jmath} - 8{,}00\hat{k}$$

$$2\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 4{,}00 & 6{,}00 & -8{,}00 \\ -3{,}00 & 4{,}00 & 2{,}00 \end{vmatrix} = 44{,}0\hat{\imath} + 16{,}0\hat{\jmath} + 34{,}0\hat{k}$$

$$2\vec{C}.\left(2\vec{A} \times \vec{B}\right) = (21{,}0\hat{\imath} - 24{,}0\hat{\jmath}).\left(44{,}0\hat{\imath} + 16{,}0\hat{\jmath} + 34{,}0\hat{k}\right) = 540$$

47 Um vetor $\vec{a}$ de módulo 10 unidades e outro vetor $\vec{b}$ de módulo 6,0 unidades fazem um ângulo de 60°. Determine (a) o produto escalar dos dois vetores e (b) o módulo do produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b}$.



a) $\vec{a}.\vec{b} = a.b\cos\theta = 10.6{,}0.\cos 60^0 = 30$
b) $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = a.b\,sen\theta = 10.6{,}0.sen 60^0 = 52$

50 Para os vetores da Fig. 3.34, com $a = 4$, $b = 3$ e $c = 5$, calcule (a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (b) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ e (c) $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

Ao observar-se a figura 3.34 verifica-se que

$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \\ \vec{a} \perp \vec{b} \end{cases}$$

a) $\vec{a}.\vec{b} = 0\ pois\ o\ \hat{a}ngulo\ entre\ os\ vetores\ a\ e\ b\ \acute{e}\ 90^0$

b) $\vec{a}.\vec{c} = \vec{a}.(-\vec{a} - \vec{c}) = -\vec{a}.\vec{a} - \vec{a}.\vec{b} = -(4).(4) - 0 = -16$

c) $\vec{b}.\vec{c} = \vec{b}.(-\vec{a} - \vec{b}) = -\vec{a}.\vec{b} - \vec{b}.\vec{b} = -0 - (3).(3) = -9$

57 São dados três vetores em metros:

$$\vec{d}_1 = -3{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j} + 2{,}0\hat{k}$$
$$\vec{d}_2 = -2{,}0\hat{i} - 4{,}0\hat{j} + 2{,}0\hat{k}$$
$$\vec{d}_3 = 2{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j} + 1{,}0\hat{k}.$$

Determine (a) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$, (b) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 \times \vec{d}_3)$ e (c) $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$.

a) $\overrightarrow{d_1}.(\overrightarrow{d_2} + \overrightarrow{d_3}) = (-3,0\hat{\imath} + 3,0\hat{\jmath} + 2,0\hat{k}).(0\hat{\imath} - 1,0\hat{\jmath} + 3,0\hat{k}) = 3,0m^2$

b)

$$\overrightarrow{d_1}.(\overrightarrow{d_2} \times \overrightarrow{d_3}) = (-3,0\hat{\imath} + 3,0\hat{\jmath} + 2,0\hat{k}).\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -2,0 & 4,0 & 2,0 \\ 2,0 & 3,0 & 1,0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{d_1}.(\overrightarrow{d_2} \times \overrightarrow{d_3}) = (-3,0\hat{\imath} + 3,0\hat{\jmath} + 2,0\hat{k}).(-10\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 2\hat{k}) = 52\ m^3$$

c)

$$\overrightarrow{d_1} \times (\overrightarrow{d_2} + \overrightarrow{d_3}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -3,0 & 3,0 & 2,0 \\ 0 & -1,0 & 3,0 \end{vmatrix} = (11\hat{\imath} + 9,0\hat{\jmath} + 3,0\hat{k})\ m^2$$

64 Uma roda com 45,0 cm de raio rola sem escorregar em um piso horizontal (Fig. 3-39). No instante t_1, o ponto P, pintado na borda da roda, está no ponto de contato entre a roda e o piso. Em um instante posterior t_2, a roda descreveu meia revolução. Quais são (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação ao piso) do deslocamento do ponto P?

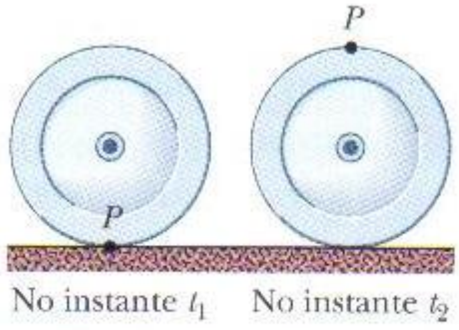


FIG. 3-39 Problema 64.

Analisando os dados do problema, pode-se verificar que o ponto P se deslocou verticalmente uma valor igual a 2R onde R é o raio da roda. Horizontalmente o deslocamento equivale a metade do arco da circunferência ou seja πR. Assim tem-se as duas componentes do deslocamento, a horizontal e vertical.
Assim o deslocamento vertical e horizontal serão:

$$\boldsymbol{d_V = 2R = 2.(0,450\ m) = 0,900\ m}$$

$$\boldsymbol{d_H = \pi R = (3,1415).(0,450\ m) = 1,41\ m}$$

O vetor deslocamento do ponto P será:

$$\boldsymbol{\vec{d} = (1,414\ m)\hat{\imath} + (0,900\ m)\hat{\jmath}}$$

Cujo módulo será:

$$\boldsymbol{d = \sqrt{(1,414\ m)^2 + (0,900\ m)^2} = 1,68\ m}$$

O ângulo será:

$$\boldsymbol{\theta = arctg\left(\frac{0,900}{1,414}\right) = 32,5^0}$$

65 O vetor A tem um módulo de 12,0 m e faz um ângulo de 60,0° no sentido anti-horário com o semi-eixo x positivo de um sistema de coordenadas xy. O vetor $\vec{B}$ é dado por $(12,0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (8,00\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$ no mesmo sistema de coordenadas. O sistema de coordenadas sofre uma rotação de 20,0° no sentido anti-horário em torno da origem para formar um sistema $x'y'$. Determine os vetores (a) $\vec{A}$ e (b) $\vec{B}$ em termos dos vetores unitários do novo sistema.

Este problema torna-se interessante quando se converte o sistema de coordenadas cartesianas para coordenadas polares. Assim os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ em coordenadas polares poderão ser representados como:

$$\vec{A} = 12,0\angle 60,0^0$$

Para o vetor $\vec{B}$, determina-se o módulo e o ângulo:

$$B = \sqrt{(12,0\ m)^2 + (8,00m)^2} = 14,4\ m$$

E o ângulo será:

$$\theta = arctg\left(\frac{8,00}{12,0}\right) = 33,7^0$$

Assim:

$$\vec{B} = 14,4\angle 33,7^0$$

Ao se girar 20,0⁰ no sentido anti-horário, implicará em se diminuir 20,0⁰ ao ângulo do vetor $\vec{A}$ e vetor $\vec{B}$. Assim:

$$\vec{A} = 12,0\angle 40,0^0$$
$$\vec{B} = 14,4\angle 13,7^0$$

Em termos de vetores unitários:

$$\vec{A} = (9,19\ m)\hat{\imath} + (7,71\ m)\hat{\jmath}$$
$$\vec{B} = (14,0\ m)\hat{\imath} + (3,41\ m)\hat{\jmath}$$