GABARITO LISTA 1 DE FÍSICA I

•1 O micrômetro (1 μm) também é chamado de *mícron*. (a) Quantos mícrons tem 1,0 km? (b) Que fração do centímetro é igual a 1,0 μm? (c) Quantos mícrons tem uma jarda?

a) 1 km para µm

$$\mathbf{1\ km \rightarrow (1\ km)\left(\frac{1.10^{3}\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1.10^{6}\ \mu m}{1\ m}\right) = 1.10^{9}\ \mu m = 10^{9}\ \mu m}$$

b) 1 cm para µm

$$\mathbf{1\ cm \rightarrow (1\ cm)\left(\frac{1.10^{-2}\ m}{1\ cm}\right)\left(\frac{1.10^{6}\ \mu m}{1\ m}\right) = 1.10^{4}\ \mu m = 10^{4}\ \mu m}$$

c) 1 yd para m (1 jarda para metro)

$$\mathbf{1\ yd \rightarrow (1\ yd)\left(\frac{3\ ft}{1\ yd}\right)\left(\frac{0,3048\ m}{1\ ft}\right) = 0,9144\ m}$$

Obs: Jarda em inglês é Yard cujo símbolo é *yd* e pé é *foot* cujo símbolo em inglês é *ft*.

•3 Em um certo hipódromo da Inglaterra, um páreo foi disputado em uma distância de 4,0 furlongs. Qual é a distância da corrida em (a) varas e (b) cadeias? (1 furlong = 201,168 m, 1 vara = 5,0292 m e uma cadeia = 20,117 m.)

a)

$$\mathbf{4,0\ furlongs \rightarrow (4\ furlongs).\left(\frac{201,168\ m}{1\ furlong}\right).\left(\frac{1\ vara}{5,0292\ m}\right) = 160\ varas}$$

b)

$$\mathbf{4,0\ furlongs \rightarrow (4\ furlongs).\left(\frac{201,168\ m}{1\ furlong}\right).\left(\frac{20,117\ cadeias}{1\ m}\right) = 40\ cadeias}$$

•4 Um *gry* é uma antiga medida inglesa de comprimento, definida como 1/10 de uma linha; *linha* é uma outra medida inglesa de comprimento, definida como 1/12 de uma polegada. Uma medida comum usada nas editoras é o *ponto*, definido como 1/72 de uma polegada. Quanto vale uma área de 0,50 gry^2 em pontos quadrados ($points^2$)?

Os fatores de conversão a serem aplicados:

$$\mathbf{1\ gry = \frac{1}{10}\ linha;\ 1\ linha = \frac{1}{12}\ polegada;\ e\ 1\ ponto = \frac{1}{72}\ polegadas}$$

Assim fazendo-se a conversão de 1 *gry* para ponto:

$$\mathbf{1\ gry \rightarrow (1\ gry).\left(\frac{\frac{1}{10}\ linha}{1\ gry}\right).\left(\frac{\frac{1}{12}\ polegada}{1\ linha}\right).\left(\frac{1\ ponto}{\frac{1}{72}\ polegada}\right)}$$
$$\mathbf{1\ gry = 0,60\ ponto}$$

Assim $\mathbf{1\ gry^2}$ em ponto será:

$$\mathbf{1\ gry^2 = (0,60\ ponto)^2 = 0,36\ ponto^2 \rightarrow 0,5\ gry^2 = 0,18\ ponto^2}$$

Pois,

$$0,5\,\text{gry}^2 \rightarrow (0,5\,\text{gry}^2).\left(\frac{0,36\,\text{ponto}^2}{1\,\text{gry}^2}\right) = 0,18\,\text{ponto}^2$$

•5 A Terra tem a forma aproximada de uma esfera com $6,37 \times 10^6$ m. Determine (a) a circunferência da Terra em quilômetros, (b) a área da superfície da Terra em quilômetros quadrados e (c) o volume da Terra em quilômetros cúbicos.

Inicialmente converte-se o raio da Terra para km.

$$R = (6,37.10^6\,m).\left(\frac{1\,\text{km}}{1000\,\text{m}}\right) = 6,37.10^3\ \text{km}$$

a) Considerando a Terra uma esfera sua circunferência será dada por:

$$S = 2\pi R = 2.3,14.(6,37.10^3\ \text{km}) = 40,0036.10^3 = 40,0.10^3 = 4,00.10^4\ \text{km}$$

b) A área de uma esfera é dada por:

$$A = 4\pi R^2 = 4.3,14.(6,37.10^3 km)^2 = 509,64.10^6 km^2 = 510.10^6 km^2 = 5,10.10^8 km^2$$

c) O volume de uma esfera é dado por:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.3,14.(6,37.10^3 km)^3 = 1082,14.10^9 km^3 = 108,214.10^{10} km^3 = 1,08.10^{12} km^3$$

••7 A Antártica é aproximadamente semicircular, com um raio de 2000 km (Fig. 1-5). A espessura média da cobertura de gelo é de 3000 m. Quantos centímetros cúbicos de gelo contém a Antártica? (Ignore a curvatura da Terra.)

FIG. 1-5 Problema 7.

O volume de gelo é obtido pelo produto da área da superfície semicircular $A = \frac{\pi r^2}{2}$ pela espessura (e). Assim o volume será:

$$V = \frac{\pi . R^2}{2} . e$$

O raio de 2000 km convertida em centímetros será:

$$R \rightarrow (2000\ km). \left(\frac{1000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{100\ cm}{1\ m}\right) = 2,0.10^8\ cm$$

A espessura de 3000 m convertida em centímetros será:

$$e \rightarrow (3000\ m). \left(\frac{100\ cm}{1\ m}\right) = 3,0.10^5\ cm$$

Assim o volume procurado será:

$$V = \frac{\pi . R^2}{2} . e = \frac{\pi . (2,0.10^8)^2}{2} . (3,0.10^5) \quad = 1,846.10^{21} = 1,9.10^{22} cm^3$$

••9 Os engenheiros hidráulicos dos Estados Unidos usam freqüentemente, como unidade de volume de água, o *acre-pé*, definido como um volume de água suficiente para cobrir 1 acre de terra até uma profundidade de 1 pé. Uma forte tempestade despejou 2,0 polegadas de chuva em 30 min em uma cidade com uma área de 26 km^2. Que volume de água, em acres-pés, caiu sobre a cidade?

Usando os fatores de conversão do Apêndice D

$1\,acre = 43560 \text{ pés}^2$. Assim :

$1 \text{acre.pé} = (43560 \text{ pés}^2).(1 pé) = 43560 \text{ pés}^3$

$1{,}0 \text{ pé} = 12 \text{ polegadas, assim } 2{,}0 \text{ polegadas equivalem a } \frac{1}{6} \text{ de pé}$

$1\,\text{km} = 3281 \text{ pés}$

Assim durante o temporal o volume de água será :

$$V = (\text{área}).(\text{altura}) = (26 \text{ km}^2).\left(\frac{1}{6} \text{ pé}\right) = (26 \text{ km}^2).\left(\frac{3281}{1} \frac{pés}{km}\right)^2 \left(\frac{1}{6} \text{ pé}\right) = 4{,}66.10^7 \text{ pés}^3$$

Portanto

$$V = \frac{4{,}66.10^7 \text{ pés}^3}{4{,}3560.10^4 \dfrac{\text{pés}^3}{1\text{acre.pé}}} = 1{,}1.10^3 \text{ acre.pé}$$

•10 A planta de crescimento mais rápido de que se tem notícia é uma *Hesperoyucca whipplei*, que cresceu 3,7 m em 14 dias. Qual foi a velocidade de crescimento da planta em micrômetros por segundo?

Um dia possui 24 horas, cada hora 60 minutos e cada minuto 60 segundos. Assim 14 dias em segundos será:

$$(\mathbf{1}\ \boldsymbol{dia})\left(\frac{\mathbf{24}\ \boldsymbol{h}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{dia}}\right).\left(\frac{\mathbf{60}\ \boldsymbol{min}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{h}}\right).\left(\frac{\mathbf{60}\ \boldsymbol{s}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{min}}\right)=\mathbf{86400}\ \boldsymbol{s}$$

3,7 m convertidos em µm serão:

$$(\mathbf{3,7}\ \boldsymbol{m}).\left(\frac{\mathbf{1.10^6}\ \boldsymbol{\mu m}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{m}}\right)=\mathbf{3,7.10^6}\ \boldsymbol{\mu m}$$

Assim a velocidade será:

$$\boldsymbol{v(\mu m/s)}=\frac{\mathbf{3,7.10^6}}{\mathbf{86400}}=\mathbf{3,058862}=\mathbf{3,1}\ \boldsymbol{\mu m/s}$$

$$\mathbf{2}\ \boldsymbol{fortnight}$$
$$\rightarrow(\mathbf{2}\ \boldsymbol{fortnight}).(\frac{\mathbf{1}\ \boldsymbol{semana}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{fortnight}}).\left(\frac{\mathbf{7}\ \boldsymbol{dias}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{semana}}\right).\left(\frac{\mathbf{24}\ \boldsymbol{h}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{dia}}\right).\left(\frac{\mathbf{60}\ \boldsymbol{min}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{h}}\right).\left(\frac{\mathbf{60}\ \boldsymbol{s}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{min}}\right).\left(\frac{\mathbf{1.10^6}\ \boldsymbol{\mu s}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{s}}\right)$$
$$=\mathbf{1,209600.10^{12}}\ \boldsymbol{\mu s}=\mathbf{1,21.10^{12}}\ \boldsymbol{\mu s}$$

•14 Os padrões de tempo são baseados atualmente em relógios atômicos. Um padrão promissor para o segundo é baseado em *pulsares*, que são estrelas de nêutrons (estrelas altamente compactas compostas apenas de nêutrons) que possuem um movimento de rotação. Alguns pulsares giram com velocidade constante, produzindo um sinal de rádio que passa pela superfície da Terra uma vez a cada rotação, como o feixe de luz de um farol. O pulsar PSR 1937+21 é um exemplo; ele gira uma vez a cada 1,557 806 448 872 75 ± 3 ms, em que o símbolo ±3 indica a incerteza na última casa decimal (*não significa* ±3 ms). (a) Quantas rotações o PSR 1937+21 executa em 7,00 dias? (b) Quanto tempo o pulsar leva para girar exatamente um milhão de vezes, e (c) qual é a incerteza associada?

Considerando a taxa de rotação do pulsar em questão ou sua freqüência:

$$\boldsymbol{f = \frac{1\ volta}{1,55780644887275.10^{-3}\ s}}$$

O intervalo de tempo de 7 dias que equivale em segundos a:

$$\rightarrow \boldsymbol{(7\ dias).\left(\frac{24\ h}{1\ dia}\right).\left(\frac{60\ min}{1\ h}\right).\left(\frac{60\ s}{1\ min}\right) = 604800s}$$

O número N de rotações (voltas) será:

$$\boldsymbol{N = f.t = \left(\frac{1\ volta}{1,55780644887275.10^{-3}\ s}\right).(604800\ s) = 388238218,4\ voltas}$$
$$\boldsymbol{= 3,88.10^{8}\ voltas}$$

O tempo necessário para 1000000=1.10^6 voltas será:

$$\boldsymbol{N = f.t = \left(\frac{1\ volta}{1,55780644887275.10^{-3}\ s}\right).t}$$

$$\boldsymbol{1.10^{6} = \left(\frac{1\ volta}{1,55780644887275.10^{-3}\ s}\right).t}$$

$$\boldsymbol{t = 1557,80644887275\ s}$$

Com relação à incerteza do enunciado do problema tem-se que $\boldsymbol{1557,80644887275 = \pm 3,0.10^{-17}}$. Observe que 1,55780644887275.10^{-3}, com a incerteza em ± 3 ms implica segundo o enunciado na imprecisão estar na última casa decimal, ou seja, 14 casas após a vírgula mas três casas do prefixo mili. Assim a incerteza em $\boldsymbol{1.10^{6}\ voltas}$ será:

$$\boldsymbol{(\pm 3,0.10^{-17}).(1.10^{6}) = \pm 3,0.10^{-11}s}$$

•15 Três relógios digitais, *A*, *B* e *C*, funcionam com velocidades diferentes e não têm leituras simultâneas de zero. A Fig. 1-6 mostra leituras simultâneas de pares dos relógios em quatro ocasiões. (Na primeira ocasião, por exemplo, *B* indica 25,0 s e *C* indica 92,0 s.) Se o intervalo entre dois eventos é de 600 s, de acordo com o relógio *A*, qual é o intervalo entre os eventos (a) no relógio *B* e (b) no relógio *C*? (c) Quando o relógio *A* indica 400 s, qual é a indicação do relógio *B*? (d) Quando o relógio *C* indica 15,0 s, qual é a indicação do relógio *B*? (Suponha que as leituras são negativas para instantes anteriores a zero.)

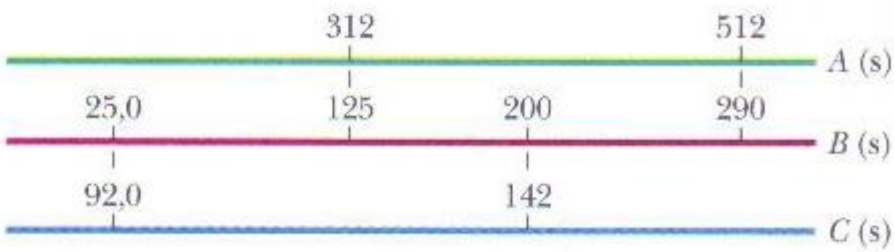


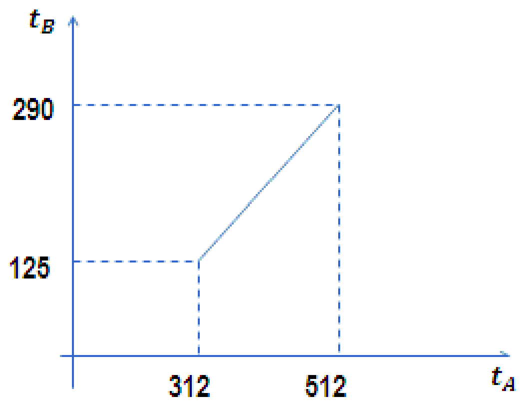
FIG. 1-6 Problema 15.

Observe pelo enunciado que existe relação linear entre os tempos registrados pelos relógios A, B e C. Assim deve-se lembrar que toda relação linear pode ser escrita como:

$$y = a.x + b$$

Onde a é o coeficiente angular da reta representada no plano xOy, e b o coeficiente linear dado pelo ponto em que a reta intercepta o eixo y. O valor de a é obtido pela inclinação da reta do gráfico de y=f(x). Para os relógios A e B tem-se com o relógio B sendo uma função do A, ou seja, $t_B = f(t_A)$.

t_B



t_A

$$a = \frac{CO}{CA} = \frac{165}{200} = \frac{33}{40}$$

$$t_B = \frac{33}{40}t_A + b$$

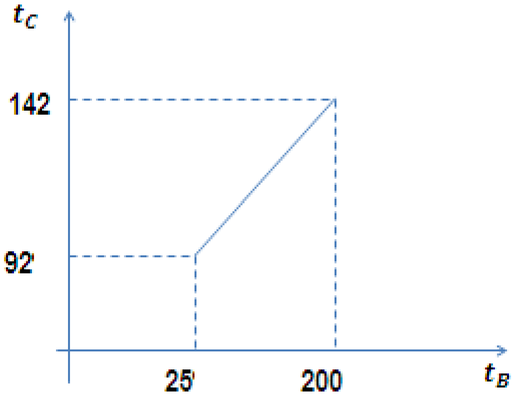
Para se achar b:

$$125 = \frac{33}{40}.312 + b \rightarrow b = 125 - \frac{10296}{40} = -\frac{662}{5}$$

Assim a relação entre A e B será:

$$t_B = \frac{33}{40}t_A - \frac{662}{5}$$

Com o tempo C em função do tempo B vem:



$$a = \frac{CO}{CA} = \frac{50}{175} = \frac{2}{7}$$
$$t_C = \frac{2}{7}t_B + b$$

Para se achar b:

$$92 = \frac{2}{7}.25 + b \rightarrow b = 92 - \frac{506}{7} = \frac{594}{7}$$

Assim a relação entre C e B será:

$$t_C = \frac{2}{7}t_B + \frac{594}{7}$$

Assim para um $\Delta t_A = 600\ s$ no relógio B será:

$$\Delta t_B = \frac{33}{40}\Delta t_A \rightarrow \Delta t_B = \frac{33}{40}600 = 495\ s$$

Assim para um $\Delta t_A = 600\ s$ no relógio C será:

$$\Delta t_C = \frac{2}{7}\Delta t_B \rightarrow \Delta t_C = \frac{2}{7}495 = 141,42 = 141\ s$$

Assim para um $\Delta t_A = 400\ s$ no relógio B será:

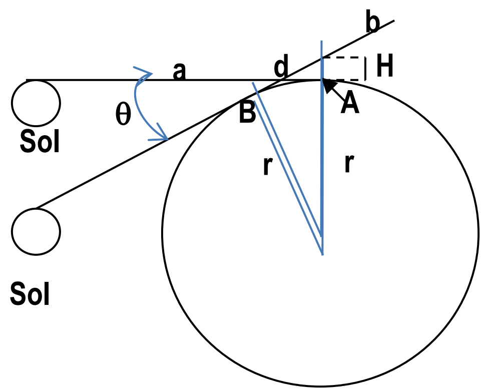
$$\Delta t_B = \frac{33}{40}\Delta t_A \rightarrow \Delta t_B = \frac{33}{40}400 = 197,6 = 198\ s$$

Assim para um $\Delta t_C = 15\ s$ no relógio B será:

$$t_C = \frac{2}{7}t_B + \frac{594}{7} \rightarrow 15 = \frac{2}{7}t_B + \frac{594}{7} \rightarrow \Delta t_B = -\frac{489}{2} = -244,5 \approx 245\ s$$

•••19 Suponha que você está deitado na praia, perto do equador, vendo o Sol se pôr em um mar calmo, e liga um cronômetro no momento em que o Sol desaparece. Em seguida, você se levanta, deslocando os olhos para cima de uma distância $H = 1,70$ m, e desliga o cronômetro no momento em que o Sol volta a desaparecer. Se o tempo indicado pelo cronômetro é $t = 11,1$ s, qual é o raio da Terra?

O Observador se encontra no ponto A da superfície da Terra. Na primeira observação do Sol desaparecendo, pode-se pensar em uma linha tangente à superfície da Terra do ponto A (a) até o Sol passando pelos olhos do observador. Ele liga o cronômetro e se eleva a uma altura de 1,70 m no mesmo ponto A se elevando verticalmente para cima e desliga o cronômetro quando o Sol desaparece aos seus olhos, criando uma nova linha tangente (b) até a nova posição do Sol



Entre as duas tangentes tem-se um ângulo θ. Do ponto A ao centro da Terra, tem-se o raio da Terra mais a altura H. Desta forma pode-se ter um triângulo retângulo em B que define d, a distância entre este ponto (ponto da tangência) e os olhos do observador. Assim pelo teorema de Pitágoras vem:

$$d^2 + r^2 = (r + H)^2 = r^2 + 2Hr + H^2$$

Observe que o valor de r é muito maior que o valor de H, podendo-se assim desprezar o termo de H^2, ficando assim:

$$d^2 \approx 2Hr$$

O ângulo corresponde ao ângulo em que o Sol se moveu através da Terra durante os 11,1 s. Assim o valor deste ângulo será:

$$\frac{\theta}{360^0} = \frac{t}{24\ h} \rightarrow \theta = \frac{(360^0)(11,1\ s)}{(24\ h).(60\ \mathrm{min/h}).(60\ \mathrm{s/min})} = 0,04625^0$$

Mas $\boldsymbol{d = rtg\theta}$ que em $\boldsymbol{d^2 \approx 2Hr}$resulta em:

$$\boldsymbol{r = \frac{2H}{tg^2\theta} = \frac{2.1,7}{tg^2 0,04625} = \frac{3,4}{6,5159.10^{-7}} = 5,2.10^6\ m}$$

•20 O ouro, que tem uma massa específica de 19,32 g/cm³, é um metal extremamente dúctil e maleável, isto é, pode ser transformado em fios ou folhas muito finas. (a) Se uma amostra de ouro, com uma massa de 27,63 g, é prensada até se tornar uma folha com 1,000 μm de espessura, qual é a área dessa folha? (b) Se, em vez disso, o ouro é transformado em um fio cilíndrico com 2,500 μm de raio, qual é o comprimento do fio?

A densidade do ouro é

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V} = \frac{19,32}{1} = 19,32\ g/cm^3}$$

a) A área deverá ser obtida por meio do volume, o qual pode ser determinado por meio da densidade. Assim para a massa de 27,63 g tem-se:

$$\boldsymbol{V = \frac{m}{\rho} = \frac{27,63}{19,32} = 1,430\ cm^3}$$

Que convertido para m^3 será:

$$\boldsymbol{(1,430\ cm^3).\left(\frac{1\ m}{1000\ cm}\right)^3 = 1,430.10^{-6} m^3}$$

Considerando o volume como sendo o produto da área pela espessura e, tem-se para a área:

$$\boldsymbol{V = A.e \rightarrow A = \frac{V}{e} = \frac{1,430.10^{-6}}{1,000.10^{-6}} = 1,430\ m^2}$$

b) Para o raio de 2,500 µm. tem-se:

$$\boldsymbol{V = A.l\ onde\ A = \pi.r^2 \rightarrow l = \frac{V}{A} = \frac{V}{\pi.r^2} = \frac{1,430.10^{-6}}{3,141.(2,500.10^{-6})^2} = 0,07284.10^6\ m}$$
$$\boldsymbol{= 72,84.10^3\ m = 72,84\ km}$$

•21 (a) Supondo que a água tenha uma massa específica de exatamente 1 g/cm^3, determine a massa de um metro cúbico de água em quilogramas. (b) Suponha que são necessárias 10,0 h para drenar um recipiente com 5700 m^3 de água. Qual é a "vazão de massa" da água do recipiente, em quilogramas por segundo?

21) A densidade da água é $\boldsymbol{\rho_{H_2O} = 1\ g/cm^3}$ que convertida para kg/m^{3}será:

$$\boldsymbol{(1\ g/cm^3) = \left(\frac{1\ g}{1\ cm^3}\right).\left(\frac{1\ kg}{1000\ g}\right).\left(\frac{10^6\ cm^3}{1\ m^3}\right) = 1.10^3\ kg/m^3}$$

a) Assim em 1 m^3 a massa de água será, pela equação da densidade:

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho.V = 1.10^3.1 = 1.10^3\ kg = 1000\ kg}$$

b) A vazão de massa em kg/s será em um tempo de 10 h para um volume de 5700 m^3:

$$\boldsymbol{m = 1000.5700 = 5700000 = 5,70.10^6\ kg}$$

$$\boldsymbol{(10\ h).\left(\frac{60\ min}{1\ h}\right).\left(\frac{60\ s}{1\ min}\right) = 36000\ s = 3,60.10^4\ s}$$

$$\boldsymbol{vaz\tilde{a}o = \frac{massa}{tempo} = \frac{5,70.10^6}{3,60.10^4} = 1,583.10^2 = 158,3\ kg/s = 158\ kg/s}$$

•23 A Terra tem uma massa de 5,98 × 10^{24} kg. A massa média dos átomos que compõem a Terra é 40 u. Quantos átomos existem na Terra?

Segundo os dados no enunciado da questão, consultando-se o apêndice do livro texto a massa da terra é de $5{,}98.10^{24}$ kg, a massa atômica de 40 u e deseja-se saber o número de átomos. 1 u = $1{,}661.10^{-27}$ kg, logo vem que:

$$\boldsymbol{massa_{terra} = (número_{átomos}).(massa_{átomo}) \rightarrow número_{átomos} = \frac{massa_{terra}}{massa_{átomo}}}$$

$$\boldsymbol{= \frac{5,98.10^{24} kg}{(40\,u).\left(\frac{1,661.10^{-27}\,kg}{1\,u}\right)} = 0,09000.10^{51} \;\; = 9,0.10^{49}\; átomos}$$

••25 A massa específica do ferro é de 7,87 g/cm^3, e a massa de um átomo de ferro é de 9,27 × 10^{-26} kg. Se os átomos são esféricos e estão densamente compactados, (a) qual é o volume de um átomo de ferro e (b) qual é a distância entre os centros de dois átomos vizinhos?

O problema fornece a densidade do ferro e a massa de um átomo de ferro. Sabe - se que a relação entre a massa e o volume de um corpo fornece a sua densidade. Assim :

$$\rho = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{V}} \Rightarrow V = \frac{M}{\rho} = \frac{9{,}27.10^{-26}\ \mathrm{kg}}{\left(7{,}87\ \frac{g}{cm^3}\right).\left(\frac{1\,kg}{1000\,\mathrm{g}}\right)..\left(\frac{100\ \mathrm{cm}^3}{1\,\mathrm{m}}\right)} = 1{,}18.10^{-29}\ \mathrm{m}^3$$

Para se determinar o raio do átomo, sendo ele esférico, pode - se usar a fórmula do volume da esfera.

$$\mathrm{V} = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = \left(\frac{3(1{,}18.10^{-29}}{4\pi}\right) = 1{,}41.10^{-10}\ \mathrm{m}$$

Assim a distância entre dois centros de átomos vizinhos será equivalent e a dois raios, ou seja, $2{,}82.10^{-10}$ m

••28 Os grãos de areia das praias da Califórnia são aproximadamente esféricos, com um raio de 50 μm, e são feitos de dióxido de silício, que tem uma massa específica de 2600 kg/m^3. Que massa de grãos de areia possui uma área superficial total (soma das áreas de todas as esferas) igual à área da superfície de um cubo com 1,00 m de aresta?

Considerando o grão de areia como uma esfera, a área superficial da esfera é dada por $\boldsymbol{A = 4\pi r^2}$ resultando na área superficial de cada grão em:

$$\boldsymbol{A = 4\pi r^2 = 4.3,14.(50.10^{-6}m)^2 = 3,14.10^{-8}m^2}$$

Um cubo com aresta de 1,00 m terá uma área superficial de 600 m^2, pois tem 6 faces cada uma com área de 1,00 m^2.O número de esferas de área 3,14.10^{-8} m^2 em uma área de 6,00 m^2, será:

$$\boldsymbol{N = \frac{6,00\ m^2}{3,14.10^{-8}m^2} = 1,91.10^8\ esferas}$$

Como é dada a massa específica do átomo, pode-se por meio de seu volume determinar a massa de cada átomo, que multiplicada pelo número de átomos determinado antes fornecerá a massa dos grãos pedida. Assim:

$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4.3,14.(50.10^{-6})^3}{3} = 52,3.10^{-15}m^3}$$

Mas a densidade ou massa específica é dada por $\boldsymbol{\rho = \frac{M}{V}}$, donde determina-se a massa de cada esfera (átomo):

$$\boldsymbol{\rho = \frac{M}{V} \rightarrow M = \rho.V = \left(\frac{2600\ kg}{m^3}\right).\left(52,3.10^{-15}m^3\right)}$$
$$\boldsymbol{M = 135980.10^{-15}\ kg = \ 1,36.10^{-10}\ kg/esfera}$$

Assim a massa total pedida será o número de esferas vezes a massa de cada esfera:

$$\boldsymbol{M_T = (1,91.10^8\ esferas).\left(1,36.10^{-10}\frac{kg}{esfera}\right) = 2,60.10^{-2}\ kg = 0,260\ g}$$

33 Uma antiga poesia infantil inglesa diz o seguinte: "Little Miss Muffet sat on a tuffet, eating her curds and whey, when along came a spider who sat down beside her." ("A pequena Miss Muffet estava sentada em um banquinho, comendo queijo cottage, quando chegou uma aranha e sentou-se ao seu lado.") A aranha não se aproximou por causa do queijo, e sim porque Miss Muffet tinha 11 tuffets de moscas secas. O volume de um tuffet é dado por 1 tuffet = 2 pecks = 0,50 Imperial bushel, em que 1 Imperial bushel = 36,3687 litros (L). Qual era o volume das moscas de Miss Muffet em (a) pecks; (b) Imperial bushels; (c) litros?

1 tuffet = 2 pecks=0,50 Imperial bushel onde 1 Imperial bushel = 36,3687 L.

a) $\boldsymbol{(11\ tuffet).\left(\frac{2\ pecks}{1\ tuffet}\right) = 22\ pecks}$

b) $\boldsymbol{(11\ tuffet).\left(\frac{0{,}50\ imperial\ bushel}{1\ tuffet}\right) = 5,5\ Imperial\ bushel}$

c) $\boldsymbol{(5,5\ Imperial\ bushel).\left(\frac{36{,}3687\ L}{1\ Imperial\ bushel}\right) = 200\ L}$

36 Dois tipos de *barril* foram usados como unidades de volume na década de 1920 nos Estados Unidos. O barril de maçã tinha um volume oficial de 7056 polegadas cúbicas; o barril de cranberry, 5826 polegadas cúbicas. Se um comerciante vende 20 barris de cranberry a um freguês que pensa estar recebendo barris de maçã, qual é a diferença de volume em litros?

Inicialmente deve-se calcular o volume de cada barril em polegadas cúbicas, usando os fatores de conversão fornecidos:

$$\boldsymbol{V_1(maçã) = 20.7056 = 141120\ polegadas\ cúbicas}$$

$$\boldsymbol{V_2(cranberry) = 20.5826 = 116520\ polegadas\ cúbicas}$$

A diferença será:

$$\boldsymbol{\Delta V = 141120 - 116520 = 24600\ polegadas\ cúbicas}$$

Usando os dados do Apêncice D, realiza-se a conversão para litros.

$$\Delta V = (\boldsymbol{24600\ polegadas\ cúbicas}).\left(\frac{\boldsymbol{2,54\ cm}}{\boldsymbol{1\ polegada}}\right)^3.\left(\frac{\boldsymbol{1\ L}}{\boldsymbol{1000\ cm^3}}\right) = \boldsymbol{403\ L}$$

38 Nos Estados Unidos, uma casa de boneca tem uma escala de 1:12 em relação a uma casa de verdade (ou seja, cada comprimento na casa de boneca é 1/12 do comprimento correspondente na casa de verdade), e uma casa em miniatura (uma casa de boneca feita para caber em uma casa de boneca) tem uma escala de 1:144 em relação a uma casa de verdade. Suponha que uma casa de verdade (Fig. 1-7) tem 20 m de comprimento, 12 m de largura, 6,0 m de altura e um telhado inclinado padrão (com o perfil de um triângulo isósceles) de 3,0 m de altura. Qual é o volume, em metros cúbicos, (a) da casa de bonecas e (b) da casa em miniatura correspondente?

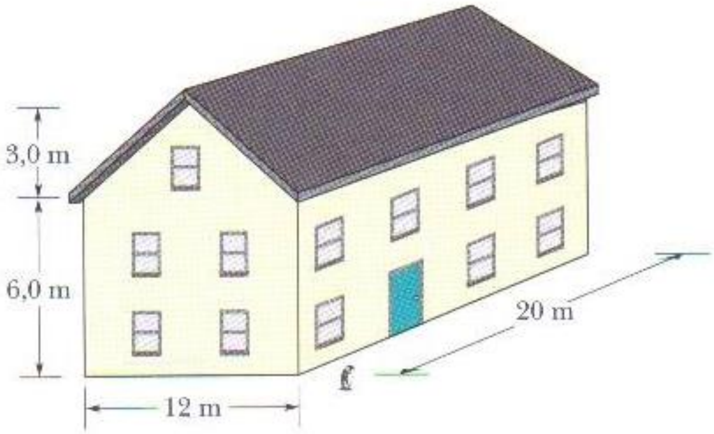


FIG. 1-7 Problema 38.

O volume total da casa será igual a soma do volume de um prisma triangular de altura 3,0 m e área de base (20 m).(12 m)=240 m^2 com o volume de uma caixa retangular de altura 6 m e mesma área de base. Assim:

$$V_{prisma} = \frac{A_{base}.h}{2} = \frac{20.12.3}{2} = 360\ m^3$$

O volume da parte retangular

$$V_{base} = A_{base}.h = 240.6 = 1440\ m^3$$

O volume total da casa:

$$V = 360 + 1440 = 1800\ m^3$$

a) Para a escala dada, o volume será proporcional à redução da escala nas medidas. Assim:

$$V_{casa\ de\ bonecas} = \left(\frac{1}{12}\right)^3 V_{real} = \left(\frac{1}{12}\right)^3 1800 = 1,041\ m^3 = 1,0\ m^3$$

b) Para o segundo caso:

$$V_{casa\ de\ bonecas} = \left(\frac{1}{144}\right)^3 V_{real} = \left(\frac{1}{144}\right)^3 1800 = 6,028.10^{-4} m^3 = 6,0.10^{-4} m^3$$

40 Uma molécula de água (H_2O) contém dois átomos de hidrogênio e um átomo de oxigênio. Um átomo de hidrogênio tem uma massa de 1,0 u, e um átomo de oxigênio tem uma massa de 16 u, aproximadamente. (a) Qual é a massa de uma molécula de água em quilogramas? (b) Quantas moléculas de água existem nos oceanos da Terra, cuja massa estimada é $1,4 \times 10^{21}$ kg?

Em termos de unidades de massa atômica a molécula de H_2O terá 2.(1 + 1) + 16, pois o H tem 1 unidade de massa atômica e o oxigênio 16. Assim a molécula de água terá 18 unidades de massa atômica. Fazendo-se a conversão:

a)

$$(\mathbf{18\,u}).\left(\frac{\mathbf{1,6605402.10^{-27}\,kg}}{\mathbf{1\,u}}\right) = \mathbf{3,0\,.\,10^{-26}\,kg}$$

a) Dividindo-se a massa total pela massa de cada molécula tem-se aproximadamente o número de moléculas de água.

$$\boldsymbol{N} = \frac{\mathbf{1,4.10^{21}}}{\mathbf{3,0.10^{-26}}} \approx \mathbf{5.10^{46}}$$

43 Um cubo de açúcar típico tem 1 cm de aresta. Qual é o valor da aresta de uma caixa cúbica com capacidade suficiente para conter um mol de cubos de açúcar? (Um mol = $6,02 \times 10^{23}$ unidades.)

1 cm^3 em m^3 é:

$$(\mathbf{1\,cm^3}) = (\mathbf{1\,cm})^3.\left(\frac{\mathbf{1\,m}}{\mathbf{10^2\,cm}}\right)^3 = \mathbf{10^{-6}m^3}$$

1 mol contém a 6,02.10^{23}unidades. Assim a caixa devera receber 6,02.10^{23} cubos de açúcar de 1 cm^3, ou seja 6,02.10^{23} cm^3, que em m^3 será:

$$(\mathbf{6,02.10^{23}cm^3}) = (\mathbf{6,02.10^{23}cm^3}).\left(\frac{\mathbf{10^{-6}m^3}}{\mathbf{1\,cm^3}}\right) = \mathbf{6,02.10^{17}m^3}$$

O volume de um cubo é $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{a}^3$ assim a aresta do cubo de açúcar será:

$$\boldsymbol{a} = \sqrt[3]{\boldsymbol{V}} = \sqrt[3]{\mathbf{6,02.10^{17}}} = \mathbf{8,443.10^5} = \mathbf{8,4.10^5\,m} \approx \mathbf{8.10^2\,km}$$

45 Uma unidade astronômica (UA) é a distância média entre a Terra e o Sol, aproximadamente $1{,}50 \times 10^8$ km. A velocidade da luz é de aproximadamente $3{,}0 \times 10^8$ m/s. Expresse a velocidade da luz em unidades astronômicas por minuto.

1 UA= $1{,}50.10^8$ km e a velocidade da luz $3{,}0.10^8$ m/s. Assim convertendo para UA por minuto tem-se:

$$(3{,}0.10^8\ m/s) = \left(\frac{3{,}0.10^8\ m}{1\ s}\right).\left(\frac{1\ km}{1000\ m}\right)\left(\frac{60\ s}{1\ min}\right).\left(\frac{1\ UA}{1{,}50.10^8\ km}\right) = 0{,}12\ UA/min$$

50 Uma unidade de área freqüentemente usada na medição de áreas de terrenos é o *hectare*, definido como 10^4 m^2. Uma mina de carvão a céu aberto consome anualmente 75 hectares de terra até uma profundidade de 26 m. Qual é o volume de terra removido por ano em quilômetros cúbicos?

1 hectare = 10^4 m^2. A mina consome 75 hectares com profundidade de 26 m. Assim o volume de terra consumido em 1 ano em m^3 será:

$$V = A.h$$

Mas a área em m^2 é:

$$(75\ hectare).\left(\frac{10^4 m^2}{1\ hectare}\right) = 75.10^4 m^2$$

O volume é:

$$V = A.h = 75.10^4.26 \approx 2.10^7\ m^3$$

que em km^3 será:

$$(2.10^7 m^3).\left(\frac{1\ km}{1000\ m}\right)^3 = (2.10^7 m^3).\left(\frac{1\ km^3}{10^9 m^3}\right) = 2.10^{-2} km^3$$

52 Para ter uma idéia da diferença entre o antigo e o moderno e entre o grande e o pequeno, considere o seguinte: na antiga Inglaterra rural, 1 hide (entre 100 e 120 acres) era a área de terra necessária para sustentar uma família com um arado durante um ano. (Uma área de 1 acre equivale a 4047 m^2.) Além disso, 1 wapentake era a área de terra necessária para 100 famílias na mesmas condições. Na física quântica, a área da seção de choque de um núcleo (definida através da probabilidade de que uma partícula incidente seja absorvida pelo núcleo) é medida em barns; 1 barn = 1×10^{-28} m^2. (No jargão da física nuclear, se um núcleo é "grande", acertá-lo com uma partícula é tão fácil quanto acertar um tiro em um celeiro.) Qual é a razão entre 25 wapentakes e 11 barns?

Trata-se de um problema somente de conversão. Atribuindo-se o símbolo wp ao wapentake e como a medida de 1 hideé entre 100 e 120 acres, tomando-se a média, tem-se que 1 hide = 110 acres. Como 1 wp sustenta 100 famílias, pode-se afirmar que 1 wp = 100 hide.Assim a razão pedida será:

$$\frac{25\ wp}{11\ barn} = \frac{(25\ wp).\left(\frac{100\ hide}{1\ wp}\right).\left(\frac{110\ acre}{1\ hide}\right).\left(\frac{4047\ m^2}{1\ acre}\right)}{(\ 11\ barn).\left(\frac{1,0.10^{-28} m^2}{1\ barn}\right)} = 1.10^{36}$$

53 Uma unidade de comprimento tradicional no Japão é o ken (1 ken = 1,97 m). Determine a razão (a) entre kens quadrados e metros quadrados e (b) entre kens cúbicos e metros cúbicos. Qual é o volume de um tanque de água cilíndrico com 5,50 kens de altura e 3,00 kens de raio (c) em kens cúbicos e (d) em metros cúbicos?

a) Como 1 ken = 1,97 m, a razão em termos de área será:

$$\frac{1\ ken^2}{1\ m^2} = \frac{(1,97\ m)^2}{1\ m^2} = 3,88$$

b) De forma análoga:

$$\frac{1\ ken^3}{1\ m^3} = \frac{(1,97\ m)^3}{1\ m^3} = 7,65$$

c) O volume de um cilindro –e dado pelo produto da área da base pela sua altura. Assim:

$$V = \pi r^2 h = \pi(3,00)^2.(5,50) = 156\ ken^3$$

d) Observe que na letra b desta questão realizou-se a razão entre as medidas de volume das duas unidades de volume, onde obteve-se que 1 ken^3=7,56 m^3. Assim:

$$V = (156\ ken^3).\left(\frac{7,65\ m^3}{1\ ken^3}\right) = 1193,4\ m^3 = 1,19.10^3 m^3$$

54 Você foi encarregado de navegar 24,5 milhas para leste, de modo a posicionar seu barco de salvamento exatamente sobre a posição de um navio pirata afundado. Quando os mergulhadores não encontram nenhum sinal do navio, você se comunica com a base e descobre que deveria ter percorrido 24,5 *milhas náuticas*, e não milhas comuns. Use a tabela de conversão de unidades de comprimento do Apêndice D para calcular a distância em quilômetros entre sua posição atual e o local onde o navio pirata afundou.

Usando a tabela do apêndice D do livro texto tem-se:

$$(24,5\ milhas\ náuticas).\left(\frac{1,852\ km}{1\ milha\ náutica}\right) = 45,374 = 45,37\ km$$

$$(24,5\ milhas\ ).\left(\frac{1,609\ km}{1\ milha}\right) = 39,42\ km$$

Assim o desvio D será:

$$D = 39,42 - 45,37 = -5,95\ km$$

ou seja você parou 5,95 km antes e deverá avançar a leste mais esta distância.

57 A *unidade astronômica* (UA) é a distância média entre a Terra e o Sol, cerca de 92,9 × 10^6 milhas. O *parsec* (pc) é a distância para a qual uma distância de 1 UA subtende um ângulo de exatamente 1 segundo de arco (Fig. 1-8). O *ano-luz* é a distância que a luz, viajando no vácuo com uma velocidade de 186 000 milhas por segundo, percorre em 1,0 ano. Expresse a distância entre a Terra e o Sol (a) em parsecs e (b) em anos-luz.

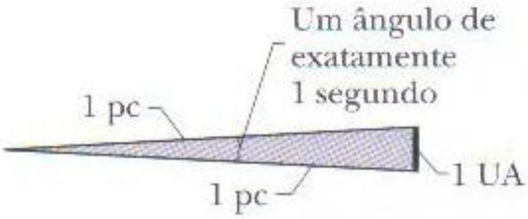


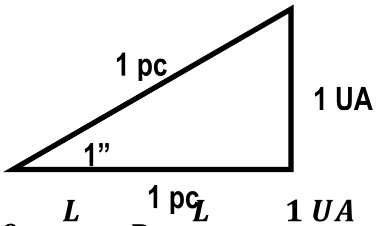
FIG. 1-8 Problema 57.

1 UA = 92,9.10^6 milhas. 1 pc corresponde à distância de 1 UA para o ângulo de 1 s de arco. Ano luz é a distância percorrida pela luz a 186000 milhas/s no tempo de 1 ano.

a) Convertendo o arco de 1 s em radiano tem-se:

$$\left(\mathbf{1}\ \boldsymbol{arc''}\right).\left(\frac{\mathbf{1}\ \boldsymbol{arc'}}{\mathbf{60}\ \boldsymbol{arc''}}\right).\left(\frac{\mathbf{1^0}}{\mathbf{60}\ \boldsymbol{arc'}}\right).\left(\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}\ \boldsymbol{rad}}{\mathbf{1^0}}\right)=\mathbf{4,85.10^6}\ \boldsymbol{rad}$$

A distância correspondente a este arco será:



$$\boldsymbol{\theta}=\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{R}}\rightarrow\boldsymbol{R}=\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{\theta}}=\frac{\mathbf{1}\ \boldsymbol{UA}}{\mathbf{4,85.10^6}}=\mathbf{2,06.10^5}\ \boldsymbol{UA}$$

Convertendo para pc:

$$(\mathbf{1}\ \boldsymbol{UA}).\left(\frac{\mathbf{1}\ \boldsymbol{pc}}{\mathbf{2,06.10^5}\ \boldsymbol{UA}}\right)=\mathbf{4,9.10^{-6}}\ \boldsymbol{pc}$$

a)$(\mathbf{1}\ \boldsymbol{ano\ luz}).\left(\frac{\mathbf{186000}\ \boldsymbol{milhas}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{s}}\right).\left(\frac{\mathbf{60}\ \boldsymbol{s}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{min}}\right).\left(\frac{\mathbf{60}\ \boldsymbol{min}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{h}}\right).\left(\frac{\mathbf{24}\ \boldsymbol{h}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{dia}}\right).\left(\frac{\mathbf{365}\ \boldsymbol{dias}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{ano}}\right)\approx\mathbf{5,9.10^{12}}\ \boldsymbol{milhas}$

em UA será:

$$(\mathbf{5,9.10^{12}}).\left(\frac{\mathbf{1}\ \boldsymbol{UA}}{\mathbf{92,9.10^6}\ \boldsymbol{milhas}}\right)=\mathbf{6,3.10^4}\ \boldsymbol{UA}$$

em anos luz será:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6,3.10^4}}=\mathbf{1,6.10^5}\ \boldsymbol{anos\ luz}$$

Exercícios de análise dimensional.

1) Determinar as fórmulas dimensionais da área e do volume. Determine as unidades da área e volume no S.I e CGS.

Tomando-se que referência para o cálculo da área um retângulo, por exemplo, tem-se a sua área dada pelo produto dos dois lados:

$$\boldsymbol{A = base\ .altura = b.h}$$

Base e altura são medidas de comprimento, assim as suas dimensões serão:

$$[\boldsymbol{b}] = \boldsymbol{L}\ \ \boldsymbol{e}\ [\boldsymbol{h}] = \boldsymbol{L}$$

Assim:

$$[\boldsymbol{A}] = [\boldsymbol{b}].[\boldsymbol{h}]$$

$$[\boldsymbol{A}] = \boldsymbol{L.L} = \boldsymbol{L^2}$$

Tomando-se que referência para o cálculo do volume um paralelepípedo, por exemplo, tem-se o seu volume dado pelo produto da base pela altura pelo comprimento:

$$\boldsymbol{V = base\ .altura.comprimento = b.h.c}$$

Base e altura são medidas de comprimento, assim as suas dimensões serão:

$$[\boldsymbol{b}] = \boldsymbol{L}\ ,\qquad [\boldsymbol{h}] = \boldsymbol{L}\ \boldsymbol{e}\ [\boldsymbol{c}] = \boldsymbol{L}$$

Assim:

$$[\boldsymbol{V}] = [\boldsymbol{b}].[\boldsymbol{h}].[\boldsymbol{c}]$$

$$[\boldsymbol{V}] = \boldsymbol{L.L.L} = \boldsymbol{L^3}$$

Lembrando que no S.I o comprimento é dado em metro (m), as unidades no S.I serão:

$$[\boldsymbol{A}] = \boldsymbol{L^2} \rightarrow \boldsymbol{unidade\ S.I\ da\ } \text{á}\boldsymbol{rea}\ \text{é}\ \boldsymbol{m^2}$$

$$[\boldsymbol{V}] = \boldsymbol{L^3} \rightarrow \boldsymbol{unidade\ no\ S.I\ do\ volume\ m^3}$$

Lembrando que no CGS o comprimento é dado em centímetro (cm) as unidades no CGS serão:

$$[\boldsymbol{A}] = \boldsymbol{L^2} \rightarrow \boldsymbol{unidade\ CGS\ da\ } \text{á}\boldsymbol{rea}\ \text{é}\ \boldsymbol{cm^2}$$
$$[\boldsymbol{V}] = \boldsymbol{L^3} \rightarrow \boldsymbol{unidade\ no\ CGS\ do\ volume\ cm^3}$$

2) Suponha que o deslocamento de uma partícula esteja relacionado com o tempo por: x(t) = $k\ t^3$ Quais são as dimensões da constante *k?*

$$[x] = [k].[t]^3 \rightarrow [k] = \frac{[x]}{[t]^3} = [x].[t]^{-3}$$

$$[x] = L \; e \; [t] = T$$

$$[k] = L.T^{-3}$$

A unidade no S.I seria:

$$unidade \; de \; k = m.s^{-3} = m/s^3$$

3) a) Suponha que o deslocamento de uma partícula seja descrito por :x = $x_0 + C_1 t^2$. Quais são as dimensões da constante $C_{1?}$ b) quais as unidades da constante C_1no S.I e CGS?
a)

$$[x] = [x_0] + [C_1].[t]^2$$

$$L = L + [C_1].T^2$$

$$[C_1] = \frac{L - L}{T^2} = L.T^{-2}$$

b) No S.I será $m.s^{-2}$ e no CGS cm/s^2

4) Mostrar que o produto: massa *x* aceleração *x* velocidade tem dimensões de potência

$$[P] = [m].[a].[v]$$

$$[P] = M.L.T^{-2}.L.T^{-1}$$

$$[P] = M.L^2.T^{-3}$$

Potência pode ser dada pela razão entre trabalho e tempo. O trabalho é o produto da força pelo deslocamento e a força é o produto da massa pela aceleração. Assim:

$$P = \frac{\tau}{t} = \frac{F.x}{t} = \frac{m.a.x}{t}$$

$$[P] = \frac{[m].[a].[x]}{[t]} = [m].[a].[x][t]^{-1}$$

$$[P] = M.L.T^{-2}.L.T^{-1} = M.L^2.T^{-3}$$

Assim fica provado o solicitado pelo enunciado.

5) Consideremos a equação: $v^2 = v_0^2 + 2b(x - x_0)$ onde o símbolo *b* representa uma grandeza física. Determinar a dimensão de *b*.

$$[v]^2 = [v_0]^2 + 2.[b].([x] - [x_o])$$

$$L^2.T^{-2} = L^2.T^{-2} + [b].(L - L)$$

$$L^2.T^{-2} - L^2.T^{-2} = [b].L$$

$$[b] = \frac{L^2.T^{-2}}{L} = L.T^{-2}$$

$$[b] = L.T^{-2}$$

6) Prove que a equação $x = x_0 + v_o.t + \frac{1}{2}a.t^2$ é dimensionalmente correta, sabendo que x e x_0 representam medidas de comprimento, v_o medida de velocidade a medida de aceleração e t medida de tempo.
Para que a equação seja dimensionalmente correta ela deverá ter dimensão igual em todos os termos da equação.

$$[x] = [x_0] + [v_o].[t] + \frac{1}{2}[a].[t]^2$$

$$L = L + L.T^{-1}.T + \frac{1}{2}L.T^{-2}.T^2$$

$$L = L + L + L$$

Observe que todos os termos tem a mesma dimensão de comprimento.

7) Tem-se a seguinte equação obtida experimentalmente.

$$A = B.\alpha + \frac{\beta\theta^{-2}}{3}$$

Onde A representa a medida de aceleração, B medida de força, θ medida de tempo e αtem dimensão do inverso da massa. Qual será no S.I a unidade de β?

$$[A] = [B].[\alpha] + \frac{[\beta].[\theta]^{-2}}{3}$$

$$L.T^{-2} = M.L.T^{-2}.M^{-1} + \frac{[\beta].T^{-2}}{3}$$

$$L.T^{-2} = L.T^{-2} + \frac{[\beta].T^{-2}}{3}$$

Como todos os termos devem ser iguais à dimensão de β será a dimensão de comprimento, ou seja:

$$[\beta] = L$$

8) Dada a função $A = B.v + C.t^{-2} + D.\delta$ determine a dimensão de B, C e D para que a equação seja homogeneamente correta, sabendo que a dimensão de A é força, de v é aceleração de t é tempo e δ é inverso de comprimento.

Para que a expressão seja homogeneamente correta, todos os seus termos devem ter a mesma dimensão. Assim:

$$[\boldsymbol{A}] = [\boldsymbol{B}].[\boldsymbol{v}] + [\boldsymbol{C}].[\boldsymbol{t}]^{-2} + [\boldsymbol{D}].[\boldsymbol{\delta}]$$

$$\boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}.\boldsymbol{T}^{-2} = [\boldsymbol{B}].\boldsymbol{L}.\boldsymbol{T}^{-2} + [\boldsymbol{C}].\boldsymbol{T}^{-2} + [\boldsymbol{D}].\boldsymbol{L}^{-1}$$
$$\boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}.\boldsymbol{T}^{-2} = [\boldsymbol{B}].\boldsymbol{L}.\boldsymbol{T}^{-2} \rightarrow [\boldsymbol{B}] = \boldsymbol{M}$$
$$\boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}.\boldsymbol{T}^{-2} = [\boldsymbol{C}].\boldsymbol{T}^{-2} \rightarrow [\boldsymbol{C}] = \boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}$$
$$\boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}.\boldsymbol{T}^{-2} = [\boldsymbol{D}].\boldsymbol{L}^{-1} \rightarrow [\boldsymbol{D}] = \boldsymbol{M}.\boldsymbol{L}^{2}.\boldsymbol{T}^{-2}$$

9) Realizou-se um experimento onde em função de algumas medidas se deseja determinar a força que atua sobre um corpo. Neste experimento foi medida a massa do corpo, e o tempo gasto para se percorrer uma distância sob a ação da força aplicada. Usando o princípio da homogeneidade dimensional determine a equação que permite com as medidas realizadas se determinar a força aplicada no corpo.

Como de deseja determinar a força (A) em função de uma distância (B) de um tempo (C) e de uma massa (D) a força devera ser uma função de B, C e D. Assim:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D})$$

Sabe-se que a força tem dimensão de produto da massa pelo comprimento dividido pelo quadrado do tempo. Assim:

$$\boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}.\boldsymbol{T}^{-2} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D})$$

A função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D})$ possui 3 variáveis e existem várias possibilidades de se combinar B,C,D para se obter como resultado a força. Uma das possibilidades é o produto como abaixo indicado. A função dimensional $\boldsymbol{f}$ é sempre uma função potência nas dimensões fundamentais:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D}) = \boldsymbol{\alpha}.\boldsymbol{B}^{\boldsymbol{n}}.\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{p}}$$

Agora com base nas informações fornecidas deve-se determinar$\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{p}$.

$$\boldsymbol{L}.\boldsymbol{M}.\boldsymbol{T}^{-2} = \boldsymbol{\alpha}.\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{n}}.\boldsymbol{T}^{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{M}^{\boldsymbol{p}}$$

O princípio da homogenidade dimensional deverá se respeitado. Para isto:

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{1}$$
$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{1}$$
$$\boldsymbol{m} = -\boldsymbol{2}$$
$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{1}$$

Retornando à função:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D}) = \boldsymbol{1}.\boldsymbol{B}^{\boldsymbol{1}}.\boldsymbol{C}^{-\boldsymbol{2}}.\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{1}} = \frac{\boldsymbol{B}.\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{2}}}$$

A equação procurada será:

$$\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{B}.\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{2}}}$$