

1) Considere o modelo não-linear do pêndulo simples descrito pelas EDOs abaixo:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{g}{L} \sin(x_1(t)) - \frac{c}{M} x_2(t), \quad (2)$$

sendo, $x_1(t)$ a posição angular do pêndulo em relação à referência vertical e $x_2(t)$, a velocidade angular do pêndulo. O vetor com as variáveis dependentes é $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]'$. Considere $g = 9.81m/s^2$, $L = 0,5m$, $M = 0,6Kg$, $c = 0,35Nm/s$. Pede-se:

(a) Obtenha um modelo linearizado para o pêndulo simples.

(b) Com o intuito de verificar a validade do modelo linearizado, apresente em um mesmo gráfico a resposta da posição angular obtida pelos modelos não-linear e linearizado em relação à uma condição inicial específica. Faça este estudo para as condições iniciais $[10^\circ \ 0]'$, $[20^\circ \ 0]'$, $[40^\circ \ 0]'$, $[60^\circ \ 0]'$ e $[80^\circ \ 0]'$.

2) Considere o circuito não-linear da figura abaixo. A entrada do sistema é a fonte $2 + i(t)$ (onde $i(t)$ é um sinal pequeno com pouca variação) e a saída é a tensão $v(t)$. Ainda, tal circuito contém um resistor não linear cuja relação tensão-corrente é definida por $i_R(t) = e^{v_R(t)}$. Pede-se:

a) Obtenha um modelo não-linear para este circuito que esteja escrito na forma $\dot{x}(t) = f(x(t))$.

b) Obtenha um modelo linearizado para este circuito na forma $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$.

c) Com o intuito de verificar a validade do modelo linearizado, apresente em um mesmo gráfico a resposta da tensão $v(t)$ obtida pelos modelos não-linear e linearizado em relação à uma condição inicial específica. Faça testes para várias condições iniciais.

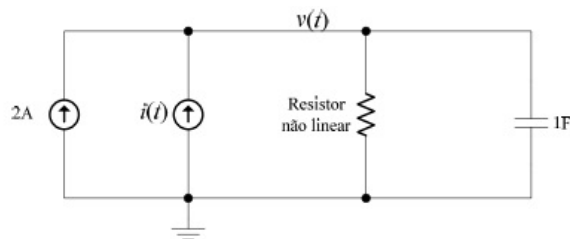


Figure 1. Circuito utilizado no Exercício 2.